

# **Eine Analyse des Anwendungspotenzials von piezoelektrischen Netzwerken im Maschinenbau**

Evaluierung bestehender Techniken und  
Entwicklung einer Gesamtsystemmodellierung

Vom Fachbereich Maschinenbau  
an der Technischen Universität Darmstadt  
zur  
Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs  
(Dr.-Ing.)  
vorgelegte

## **Dissertation**

von

**Dipl.-Ing. Oliver Heuss**

aus Bamberg

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Tobias Melz
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Stephan Rinderknecht

Tag der Einreichung:	24.01.2017
Tag der mündlichen Prüfung:	26.04.2017

Darmstadt 2017  
D17

Heuss, Oliver:

Eine Analyse des Anwendungspotenzials von piezoelektrischen Netzwerken im Maschinenbau.  
Evaluierung bestehender Techniken und Entwicklung einer Gesamtsystemmodellierung

Darmstadt, Technische Universität Darmstadt,

Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUpriints: 2018

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-73376

Tag der mündlichen Prüfung: 26.04.2017

Veröffentlicht unter CC BY-NC-ND 4.0 International

<https://creativecommons.org/licenses/>

## **Danksagung**

Die vorliegende Arbeit ist während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fraunhofer Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit in Darmstadt entstanden. Insbesondere dem gesamten Team des Bereichs Adaptronik gebührt mein Dank für die durchwegs sehr gute Unterstützung in allen Belangen. Die vielen Diskussionen mit meinen Kollegen aus unterschiedlichen Disziplinen haben die inhaltliche Ausrichtung immer wieder neu geprägt. Ein besonderer Dank gilt meinem guten Freund und Kollegen Torsten Bartel für unsere regelmäßigen und produktiven Gesprächsrunden. Für die vielen regelungs- und elektrotechnischen Diskussionen möchte ich mich zudem bei meinem Freund Jens Rohlfing und meinem Kollegen Jonathan Millitzer bedanken. Auch den Kollegen und Freunden Tim Klaus, Matthias Schmidt und William Kaal gilt mein Dank für die stetige Freundschaft und Hilfe.

Weiterhin möchte ich mich speziell bei den Mitgliedern meines damaligen Teams „semi-aktive Systeme“ für die gute und konstruktive Zusammenarbeit bedanken: Benedict Götz, Rogério Salloum, Jorge Gripp und Francisco Scinocca.

Meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Tobias Melz gilt natürlich mein besonderer Dank für die persönliche und fachliche Unterstützung während meiner acht Jahre am Institut. Zudem möchte ich mich bei Dr.-Ing. Dirk Mayer und Prof. Dr.-Ing. Thilo Bein bedanken, die mich ebenfalls fachlich, organisatorisch wie auch persönlich stets unterstützt haben.

Weiterer Dank gilt meiner Familie, die mir überhaupt erst das Studium ermöglicht und mir immer genügend Freiraum gegeben hat. Schließlich, aber nicht zuletzt, gilt mein Dank meiner (derzeit) ewigen Verlobten Angela Graf, die alle meine Höhen und Tiefen während der letzten Jahre begleitet und mich maßgeblich unterstützt hat, die Arbeit umzusetzen. Ohne Sie hätte ich es nicht geschafft!





# Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>Einleitung .....</b>	<b>1</b>
<b>2.</b>	<b>Forschungsstand, Potential und technische Verbreitung .....</b>	<b>3</b>
2.1	Lineare Netzwerke .....	6
2.2	Nichtlineare Netzwerke .....	7
2.3	Periodische Netzwerke .....	7
2.4	Begriffsdefinition passiv, semi-passiv, semi-aktiv, aktiv .....	7
2.5	Bisherige Modelle und deren Grenzen .....	9
2.5.1	Allgemeine Designparameter und Optimierungsaufgaben .....	9
2.5.2	Analytische Modelle.....	15
2.5.3	Numerische Modelle .....	18
2.6	Bisherige Anwendungsgebiete.....	20
<b>3.</b>	<b>Abschätzung der Leistungsfähigkeit piezoelektrischer Netzwerke im Vergleich zu passiven und aktiven Systemen .....</b>	<b>23</b>
3.1	Massebetrachtung .....	23
3.2	Energiebetrachtung.....	27
3.3	Funktionsintegrierter Einsatz zur Erweiterung klassischer Elemente der Strukturdynamik.....	29
<b>4.</b>	<b>Entwicklung einer Entwurfs- und Modellierungsmethodik .....</b>	<b>31</b>
4.1	Herleitung eines zielgerichteten Entwicklungsablaufs .....	33
4.2	Numerische Modellierung eines gekoppelten Gesamtsystems am Beispiel eines adaptiven Tilgers .....	36
4.2.1	FE-Modellierung der Trägerstruktur .....	36
4.2.2	Experimentelle Prüfung des Ausgangsmodells.....	37
4.2.3	Applikation der piezoelektrischen Wandler.....	39
4.2.4	Experimentelle Validierung des Modells mit piezoelektrischen Wandlern.....	40
4.2.5	Modellreduktion .....	42
4.2.6	Verifikation des reduzierten Modells.....	45
4.3	Zusammenführung des gekoppelten Systems mit piezoelektrischen Netzwerken in einer Gesamtsystems simulation .....	48
4.3.1	Exkurs: Beschreibung des analytischen Referenzmodells .....	48
4.3.2	Modellierung in <i>Matlab/Simulink</i> und <i>Matlab/Simscape</i> .....	51
4.3.3	Modellierung in <i>ScicosLab</i> .....	53

<b>5.</b>	<b>Evaluation der Modelltypen im Vergleich .....</b>	<b>56</b>
5.1	Modellierung des RL-shunts .....	56
5.1.1	Analytisches Modell.....	56
5.1.2	Numerische Modellierung in <i>Matlab/Simulink</i> und <i>Matlab/Simscape</i> .....	59
5.2	Modellierung des RC-shunts mit negativer Kapazität (RC <sup>-</sup> ).....	61
5.2.1	Analytisches Modell.....	62
5.2.2	Numerische Modellierung in <i>Matlab/Simulink</i> und <i>Matlab/Simscape</i> .....	63
5.2.3	Numerische Modellierung in <i>ScicosLab</i> .....	65
5.2.4	Diskussion der Modellabweichung.....	68
5.3	Modellierung des RL-shunts mit negativer Kapazität (RLC <sup>-</sup> ).....	71
5.3.1	Analytisches Modell.....	71
5.3.2	Numerische Modellierung in <i>Matlab/Simulink</i> und <i>Matlab/Simscape</i> .....	74
5.3.3	Numerische Modellierung in <i>ScicosLab</i> .....	76
5.3.4	Anpassung der Parameter des Piezomodells .....	77
<b>6.</b>	<b>Reflektion und Diskussion zentraler Designparameter .....</b>	<b>79</b>
6.1	Stabilität.....	79
6.2	Maximalwerte von Spannung und Strom.....	87
6.3	Vergleichende Energiebetrachtung eines aktiv geregelten Systems mit einem aktiven Netzwerk.....	93
<b>7.</b>	<b>Potenzial adaptiver Tilger mit aktivem piezoelektrischen Netzwerk .....</b>	<b>98</b>
7.1	Designanpassung des Tilgers zur Anwendung im Fahrzeug .....	100
7.1.1	Einfluss des Tilgers bei Positionierung am Getriebe.....	101
7.1.2	Einfluss des Tilgers bei Positionierung am Hinterachsträger .....	105
7.2	Prüfung eines technisch realisierbaren adaptiven Tilgers.....	106
<b>8.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick.....</b>	<b>114</b>
	<b>Literatur .....</b>	<b>119</b>
	<b>Anhang.....</b>	<b>128</b>
A.	<i>Modelica</i> -Modell des OP .....	128
B.	Ergänzung zu Unterabschnitt 5.1.2: RL-shunt in <i>Matlab/Simulink</i> .....	132
C.	Ergänzung zu Unterabschnitt 4.2.6: Verifikation des reduzierten Modells .....	133
D.	Ergänzung zu Unterabschnitt 5.3.2: Piezospannung.....	134
E.	Ergänzung zu Abschnitt 6.1: Stabilität .....	135

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1:	links: Einfaches Piezomodell; rechts: Resistiver R-shunt Einmassenschwinger mit shunt Impedanz .....	4
Abbildung 2:	Übersicht über piezoelektrische Netzwerke aus dem Jahr 2005 .....	5
Abbildung 3:	Einfluss des Kopplungsfaktors auf fußpunkterregten Einmassenschwinger links: schwach gedämpftes System; rechts: stark gedämpftes System.....	11
Abbildung 4:	Gyratorschaltung zur Realisierung einer synthetischen Induktivität .....	12
Abbildung 5:	Einfacher RLC Kreis mit Gyratorschaltung in <i>LTSpice</i> .....	13
Abbildung 6:	Abhängigkeit der Spannung am Kondensator und am OP_1 vom Bauteilparameter $C_4$ .....	14
Abbildung 7:	Abhängigkeit des Eingangswiderstandes vom Bauteilparameter $R_5$ .....	15
Abbildung 8:	Darstellung analytischen der Modellierung nach Hagood et al. ....	16
Abbildung 9:	Darstellung analytischen der Modellierung nach Neubauer .....	16
Abbildung 10:	Darstellung analytischen der Modellierung nach Moheimani .....	17
Abbildung 11:	Darstellung der numerischen Modellierung nach Homann .....	19
Abbildung 12:	Darstellung der numerischen Modellierung nach Neubauer .....	19
Abbildung 13:	Anwendung piezoelektrischer Netzwerke an Skiern und Tennisschlägern der Firma HEAD.....	21
Abbildung 14:	Versuchsaufbau des beidseitig eingespannten Balken mit Piezos .....	24
Abbildung 15:	Berechnete relative dynamische Verstärkung in Balkenmitte .....	25
Abbildung 16:	Maximal berechnete Kopplungsfaktoren verschiedener Profilgeometrien mit gleichem Massenverhältnis $\mu$ .....	26
Abbildung 17:	Schwingungsreduktion unterschiedlicher Techniken gleichen Massenverhältnisses.....	26
Abbildung 18:	Schematische Darstellung des Energieflusses eines gekoppelten Systems mit piezoelektrischem Netzwerk .....	28
Abbildung 19:	Lineare heuristische Systemauslegung eines piezoelektrischen Netzwerks .....	33
Abbildung 20:	Systemauslegung eines piezoelektrischen Netzwerks durch dynamische Optimierung.....	34
Abbildung 21:	Geometrie und Vernetzung des FE-Modells des CFK-Tilgers in <i>Ansys</i> .....	37
Abbildung 22:	Abgleich des Simulationsmodells: Frequenzgang der Akzelleranz am Anregungsort .....	38
Abbildung 23:	Foto des Versuchsaufbaus mit dem CFK-Tilger auf einem Schwingererger .....	38
Abbildung 24:	FE-Modell des CFK-Tilgers mit Piezoelementen (oben) und Foto des realen Tilgers (unten).....	39
Abbildung 25:	Elastische Moden 1 und 2 der FE-Simulation des CFK-Tilgers .....	40
Abbildung 26:	Modellabgleich des gekoppelten FE-Modells mit dem Experiment: Akzelleranz am Anregungsort.....	41
Abbildung 27:	Modellabgleich des gekoppelten FE-Modells mit dem Experiment: Spannung zu Kraft.....	42
Abbildung 28:	Ergebnis der Modellordnungsreduktion: Frequenzgang der Geschwindigkeit am Anregungspunkt zur Anregungskraft .....	46
Abbildung 29:	Ergebnis der Modellordnungsreduktion: Frequenzgang der Spannung am Piezoelement zur Anregungskraft .....	46

Abbildung 30:	Ergebnis der Modellordnungsreduktion: Frequenzgang der Geschwindigkeit am Anregungspunkt zur Ladung am Piezoelement.....	47
Abbildung 31:	Mechanisches Ersatzmodell des Tilgers mit Piezoelement.....	49
Abbildung 32:	Piezomodell und Anbindung der Netzwerkimpedanz des analytischen Modells.....	50
Abbildung 33:	Analytisches Modell und Experiment: Frequenzgang der Akzelleranz am Anregungsort.....	51
Abbildung 34:	Piezomodell und Signalfluss für die Simulation in <i>Matlab/Simulink</i> .....	52
Abbildung 35:	Piezomodell und Signalfluss für die Simulation in <i>ScicosLab</i> .....	53
Abbildung 36:	Schaltbild zur Bestimmung der Kennlinie des <i>Apex PA343</i> .....	55
Abbildung 37:	Vergleich zwischen dem <i>Spice</i> und <i>Modelica</i> Modell des <i>Apex PA343</i> .....	55
Abbildung 38:	Vergleich der Ergebnisse zum ungedämpften RL-shunt des analytischen Modells mit dem Experiment.....	57
Abbildung 39:	Vergleich der Ergebnisse zum gedämpften RL-shunt des analytischen Modells mit dem Experiment.....	57
Abbildung 40:	Vergleich der Spannungen am Piezoelement aus analytischer Berechnung (SIM) und Experiment bezogen auf die Anregungskraft .....	58
Abbildung 41:	Vergleich der Spannungen am OP aus analytischer Berechnung (SIM) und Experiment bezogen auf die Anregungskraft.....	59
Abbildung 42:	Vergleich der Ergebnisse zum ungedämpften RL-shunt des <i>Matlab/Simulink</i> -Modells mit dem Experiment.....	60
Abbildung 43:	Vergleich der Spannungen am OP aus in <i>Matlab/Simulink</i> Simulation und Experiment bezogen auf die Anregungskraft.....	60
Abbildung 44:	Schematische Darstellung eines NIK .....	61
Abbildung 45:	Vergleich der Ergebnisse zum RC-shunt des analytischen Modells mit dem Experiment .....	63
Abbildung 46:	Darstellung des in der Simulation und im Experiment verwendeten NIK .....	64
Abbildung 47:	Ergebnisse des <i>Matlab/Simulink</i> -Modells für den RC-shunt.....	65
Abbildung 48:	Ergebnisse des <i>Scicos</i> -Modells für den RC-shunt ( $-0,95 \leq \delta \leq -0,85$ ) .....	66
Abbildung 49:	Ergebnisse des <i>Scicos</i> -Modells für den RC-shunt ( $-0,96 \leq \delta \leq -0,77$ ) .....	67
Abbildung 50:	Vergleich der berechneten elektrischen Impedanz der Schaltung mit der experimentell bestimmten Impedanz .....	69
Abbildung 51:	Ergebnisse des <i>Matlab/Simulink</i> -Modells mit angepassten Widerstandswerten der Piezos .....	70
Abbildung 52:	Vergleich der Ergebnisse zum ungedämpften RLC-shunt des analytischen Modells mit dem Experiment $\delta=-0,9$ .....	72
Abbildung 53:	Vergleich der Ergebnisse zum gedämpften RLC-shunt des analytischen Modells mit dem Experiment $\delta=-0,9$ .....	72
Abbildung 54:	Vergleich der Spannungen am Piezoelement aus Simulation und Experiment $\delta=-0,9$ .....	73
Abbildung 55:	Vergleich der Spannungen am OP aus Simulation und Experiment $\delta=-0,9$ .....	73
Abbildung 56:	Vergleich der Ergebnisse zum ungedämpften RLC-shunt des <i>Matlab/Simulink</i> -Modells mit dem Experiment $\delta=-0,9$ .....	75
Abbildung 57:	Vergleich der Ergebnisse zum gedämpften RLC-shunt des <i>Matlab/Simulink</i> -Modells mit dem Experiment $\delta=-0,9$ .....	75

Abbildung 58: Vergleich der Ergebnisse zum ungedämpften RLC-shunt des <i>ScicosLab</i> -Modells mit dem Experiment $\delta=-0,9$ .....	76
Abbildung 59: Vergleich der Ergebnisse zum gedämpften RLC-shunt des <i>ScicosLab</i> -Modells mit dem Experiment $\delta=-0,9$ .....	76
Abbildung 60: Vergleich der Ergebnisse des über Variation von $R_{pp}$ angepassten <i>Matlab/Simulink</i> -Modells: $R_{pp} = 1,2e6$   $R_{ps} = 190$   $\delta=-0,9$ .....	77
Abbildung 61: Vergleich der Spannungen am Piezoelement des über Variation von $R_{pp}$ angepassten <i>Matlab/Simulink</i> -Modells bezogen auf die Anregungskraft: $R_{pp} = 1,2e6$   $R_{ps} = 190$   $\delta=-0,9$ .....	78
Abbildung 62: Experimentell ermittelte Stabilitätskarte bei unterschiedlichen Werten des seriellen Widerstandes $R$ als Funktion von $R_3$ bezogen auf das idealisierte $\delta$ ...	80
Abbildung 63: Experimentell (oben) ermittelte und numerisch (unten) vorhergesagte Stabilitätskarte für verschiedene $\delta$ -Werte .....	81
Abbildung 64: 3D-Ansicht der numerisch vorhergesagten Stabilitätskarte.....	82
Abbildung 65: Stabile Übertragungsfunktionen von Kraft zu Fußpunktgeschwindigkeit für $\delta=-0,95$ und $R_3=0,451$ M $\Omega$ .....	83
Abbildung 66: Wurzelortskurve von $R$ (in $\Omega$ ) für $\delta=-0,95$ und $R_3=0,451$ M $\Omega$ .....	84
Abbildung 67: Stabile Übertragungsfunktionen von Kraft zu Fußpunktgeschwindigkeit für $\delta=-0,95$ und $R=600$ $\Omega$ .....	85
Abbildung 68: Wurzelortskurve von $R_3$ (in M $\Omega$ ) für $\delta=-0,95$ und $R=600$ $\Omega$ .....	86
Abbildung 69: Darstellung der Übertragungsfunktion am Anregungspunkt mit RC-shunt und $\delta=-0,94$ .....	87
Abbildung 70: Simulierte elektrische Größen Strom und Spannung bei $\delta=-0,94$ und $C_4$ des NIK von 104 nF .....	88
Abbildung 71: Übertragungsfunktion der Ausgangsspannung am OP des NIK bei konstantem $\delta=-0,94$ und Variation der Kapazität $C_4$ .....	90
Abbildung 72: Simulierte elektrische Größen Strom und Spannung bei $\delta=-0,94$ und $C_4=2,1\mu F$ .....	91
Abbildung 73: Übertragungsfunktionen der Kraft und Tilgermassenbeschleunigung zur Fußpunktbeschleunigung für PPF und RLC am CFK-Tilger .....	94
Abbildung 74: Spannungsverlauf am Piezoelement für RLC-shunt und aktive Beschleunigungsrückführung .....	95
Abbildung 75: Übertragungsfunktionen der elektrischen Leistungsgrößen am Piezo bezogen auf die Fußpunktbeschleunigung .....	96
Abbildung 76: Leistungsaufnahme des Verstärkers (PPF) und OP (RLC-shunt) .....	97
Abbildung 77: Entwurf für einen adaptiven Tilger im Fahrzeug (die Ringmasse ist ausgeblendet) .....	101
Abbildung 78: Mechanisches Ersatzschaltbild des Hinterachsgetriebes mit Tilger .....	101
Abbildung 79: Beschleunigung am Hinterachsgetriebe während eines Hochlaufs mit passivem und adaptivem Tilger am Hinterachsgetriebe .....	102
Abbildung 80: Spannung am Piezoelement während des Hochlaufs (Adaptionsbereich beginnend bei 1,26 Sekunden) .....	103
Abbildung 81: Beschleunigung am Hinterachsträger bei Fußpunktanregung .....	103
Abbildung 82: Elektrische Größen am OP während des Hochlaufs (Adaptionsbereich beginnend bei 1,26 Sekunden) .....	104

Abbildung 83: Mechanisches Ersatzschaltbild des Hinterachsgetriebes mit Tilger am Achsträger .....	105
Abbildung 84: Beschleunigung am Hinterachsgetriebe während eines Hochlaufs mit passivem und adaptivem Tilger am Hinterachsträger .....	105
Abbildung 85: Prinzipieller Aufbau (links) und Funktionsprinzip (rechts) eines <i>PICMA</i> ® Biegeaktors .....	107
Abbildung 86: Darstellung des Tilgers mit <i>PICMA</i> ® Biegeaktoren als FE-Modell (links) und Prototyp (rechts) .....	107
Abbildung 87: Berechnete und gemessene Frequenzverschiebung des Tilgers mit <i>PICMA</i> ® Biegeaktoren bei offenen und kurzgeschlossenen Elektroden .....	108
Abbildung 88: Berechnete und gemessene Spannungen am Piezoelement des Tilgers mit <i>PICMA</i> ® Biegeaktoren .....	109
Abbildung 89: Berechnete Kraft und Frequenzverschiebung des Tilgers mit <i>PICMA</i> ® Biegeaktoren bezogen auf die Fußpunktbeschleunigung für $\delta=-0,95$ .....	109
Abbildung 90: Berechnete Spannungen und Ströme des Tilgers mit <i>PICMA</i> ® Biegeaktoren für $\delta=-0,95$ .....	110
Abbildung 91: Berechnete und gemessene Kraft und Frequenzverschiebung des Tilgers mit <i>PICMA</i> ® Biegeaktoren bezogen auf die Fußpunktbeschleunigung für $\delta=-0,91$ .....	111
Abbildung 92: Darstellung der elektrischen Größen Spannung und Strom am Piezoelement und OP-Ausgang .....	111
Abbildung 93: Gemessene Kraft und Frequenzverschiebung des Tilgers mit <i>PICMA</i> ® Biegeaktoren bezogen auf die Fußpunktbeschleunigung bei Beschleunigungspegeln von ca. $3,7 \text{ m/s}^2$ .....	113

## Anhangverzeichnis

Anhang 1: Ergebnisse der Simulation zum gedämpften RL-shunt des <i>Matlab/Simulink</i> -Modells und Vergleich mit dem Experiment: Übertragungsfunktion von Kraft zu Fußpunktbeschleunigung.....	132
Anhang 2: Ergebnisse der Simulation zum gedämpften RL-shunt des <i>Matlab/Simulink</i> -Modells und Vergleich mit dem Experiment: Spannungen am Piezoelement bezogen auf die Kraftanregung.....	132
Anhang 3: Ergebnis der Modellordnungsreduktion: Frequenzgang der Geschwindigkeit der Tilgermassen zur Anregungskraft .....	133
Anhang 4: Ergebnis der Modellordnungsreduktion: Frequenzgang der Geschwindigkeit der Tilgermasse zur Ladung am Piezoelement .....	133
Anhang 5: Vergleich der Spannungen am Piezoelement des RLC-shunts in <i>Matlab/Simulink</i> aus Simulation und Experiment .....	134
Anhang 6: Experimentell ermittelte und numerisch vorhergesagte Stabilitätskarte für verschiedene $\delta$ -Werte für den gesamten vermessenen Bereich.....	135

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Vorgeschlagene Methoden zur Behandlung der Teilschritte des Entwicklungsansatzes .....	36
Tabelle 2: Materialdaten des CFK-Balkens nach der Modellanpassung.....	38
Tabelle 3: Ergebnisse der Modellanpassung hinsichtlich der Tilgereigenfrequenzen und des Kopplungsfaktors.....	42
Tabelle 4: Unterschiede zwischen dem detaillierten Modell in <i>Matlab/Simscape</i> und dem entwickelten für <i>ScicosLab/Modelica</i> .....	54
Tabelle 5: Experimentell bestimmte und angepasste Widerstandswerte des verwendeten Piezomodells .....	71
Tabelle 6: Randbedingungen und Forderungen für den Einsatz im Fahrzeug .....	100
Tabelle 7: Kopplungsfaktoren aus Simulation und Experiment des Tilgers mit <i>PICMA</i> ® Biegeaktoren.....	108





### 1. Einleitung

1979 wurde von Robert L. Forward erstmals eine Technik vorgestellt, die es erlaubt ohne externe Energiezufuhr das strukturdynamische Verhalten mittels eines piezoelektrischen Netzwerks zu beeinflussen [1]. Anfangs als „elektronische Dämpfung“ bezeichnet, etablierte sich ein ganzes wissenschaftliches Feld unter dem Begriff *shunt damping*. Die verschiedenen Techniken nutzen allesamt den direkten sowie indirekten piezoelektrischen Effekt, um dämpfendes Verhalten in Strukturen einzubringen. Um dies zu erreichen wird ein elektrisches Netzwerk an ein piezoelektrisches Element gekoppelt, welches wiederum auf oder in einer Trägerstruktur appliziert ist. Die Dämpfung der Struktur entsteht zumeist lediglich durch Energiedissipation im elektrischen Kreis. Die ersten beschriebenen Netzwerke waren einfache ohmsche Widerstände und resonante Netzwerke mit zusätzlichen Spulen. Doch auch die Verwendung von negativen Kapazitäten, die gegenwärtig häufig Verwendung in wissenschaftlichen Veröffentlichungen findet, wurde von Forward noch im selben Jahr, der Geburtsstunde des *shunt dampings*, zum Patent angemeldet [2]. Motiviert durch die scheinbar offensichtlichen Vorteile dieser passiven oder *semi-aktiven* Techniken gegenüber den vollständig aktiven Konzepten, hauptsächlich aufgrund der nicht oder nur geringfügig benötigten Versorgungs- und Aktorenergie, forschten seitdem weltweit zahlreiche Forschergruppen an der Fortentwicklung dieser Technologie. So entstand über die Jahre eine Fülle unterschiedlicher Techniken, welche teils schmalbandige, teils breitbandigere Eigenschaften aufweisen. Nach mehr als 35 Jahren Forschung könnte man annehmen, dass die technische Verbreitung dieser Maßnahmen weit fortgeschritten ist. Allerdings finden sich äußerst wenige Anwendungsfälle, wo piezoelektrische Netzwerke zur Schwingungskontrolle tatsächlich eingesetzt werden. In den 1990er-Jahren wurde eine Reihe erster Patente beantragt. Die Firma ACX beantragte ein sehr allgemeines Patent zur Anwendung in Sportgeräten [3]. Kommerzielle Anwendung fand die Technik jedoch erstmals in Skiern [4–7] und Snowboards [7, 8] der Firmen *K-2 Corporation* und später der *Head Sport AG*. Letztere vermarktete die Technologie ebenfalls in Tennisschlägern [9–11]. Weitere wichtige technische Anwendungen sind jedoch nicht bekannt. Da es sich bei den genannten Anwendungen um Sportartikel und damit um einen Marktsektor handelt, in dem Produktinnovationen unabhängig vom tatsächlichen technischen Nutzen ein Marketinginstrument darstellen können, ist es schwierig einzuschätzen, inwieweit der Einsatz technisch gerechtfertigt ist. Zumeist fehlen quantitative Beschreibungen hinsichtlich der erreichten Dämpfungsgrade und Steifigkeitsänderungen. Der erfolgreiche Einsatz in diesem Sektor zeigt jedoch die prinzipielle Machbarkeit einer funktionsintegrierten Umsetzung.

Warum also findet sich im Jahr 2017 keine weitreichende Verbreitung der Technologie in technischen Produkten? Warum wird aktuell dennoch unverändert zu dem Thema publiziert? Was sind die Grenzen der Technologie und gibt es mit Blick auf den Systementwurf Erkenntnislücken, die den erfolgreichen Einsatz in technischen Produkten erschweren? Diese Fragen stellen den Ausgangspunkt und gleichfalls die Motivation zur Anfertigung der vorliegenden Arbeit dar. Es wird zunächst ein Überblick über das Thema gegeben sowie die bisher etablierten und verfügbaren

## 1. Einleitung

Modellierungsstrategien piezoelektrischer Netzwerke zusammengefasst. Weiterhin wird aufgezeigt, worin die Komplexität einer Systementwicklung für Strukturen mit piezoelektrischen Netzwerken liegt und Eigenschaften und Parameter abgeleitet, die möglicherweise eine technische Verbreitung be- oder verhindern. In wissenschaftlichen Veröffentlichungen wird der potentielle Einsatz piezoelektrischer Netzwerke oftmals mit Leichtbau in Verbindung gebracht. Da Strukturen des Leichtbaus prinzipbedingt aufgrund ihrer geringen Masse eine geringe Eingangsimpedanz gegen den Einfall mechanischer Schwingungen besitzen, liegt es nahe mit (kleinen) Piezoelementen Dämpfung oder Gegenkräfte zu erzeugen. Dem Aspekt der zusätzlich benötigten Massen wurde allerdings bisher wenig Aufmerksamkeit geschenkt, weshalb eine kurze numerische Betrachtung den Sachverhalt anhand eines einfachen Beispiels quantitativ greifbar macht. Eine Energiebetrachtung verdeutlicht den Anreiz zum Einsatz piezoelektrischer Netzwerke zur Strukturbeeinflussung gegenüber den aktiven Systemen.

Anhand eines Rückblicks auf bisherige (akademische) Anwendungsszenarien wird der Einsatz piezoelektrischer Netzwerke kritisch hinterfragt und mögliche alternative Anwendungsstrategien dargestellt.

Ein Schwerpunkt der Arbeit liegt auf der Entwicklung und Darstellung eines ganzheitlichen Modellierungsansatzes, der es ermöglicht, eine geschlossene Multidomänensimulation durchzuführen und es erstmals erlaubt die Teilaspekte vorhandener Forschungsarbeiten der einzelnen Disziplinen, Elektronik und Mechanik, im Zusammenspiel aller Komponenten detailliert zu untersuchen. Neben der Darstellung neuer Erkenntnisse für den Entwurf eines piezoelektrischen Gesamtsystems, ist die Zielstellung des Modellierungsansatzes klar darauf ausgerichtet, Entwicklungsingenieuren ein Werkzeug zur Verfügung zu stellen, womit ein Systementwurf zielgerichtet beherrschbar wird und der als Basis für eine Systemoptimierung dienen kann.

Für die Darstellung und Validierung der angewandten Methoden und als Basis einer Diskussion wichtiger Parameter wurde eine einfache mechanische Struktur gewählt, die einerseits noch analytisch beschreibbar ist und deren dynamisches Verhalten bekannt ist. Andererseits eignet sich der Versuchsaufbau zum Einsatz als mechanischer Tilger und dient somit gleichzeitig als Beispiel einer potentiellen technischen Anwendung, als ein adaptiver Tilger, dessen Struktureigenschaften über piezoelektrische Netzwerke beeinflusst werden sollen. Im Laufe der Arbeit wird dieser stets zur Systembeschreibung und -diskussion herangezogen. Gleichzeitig werden die im Laufe der Arbeit hergeleiteten Erkenntnisse für eine Systemauslegung am Beispiel dieses Tilgers dargestellt. So wird von einem anfänglichen Prinzipentwurf eines Tilgers an dem die Methoden geprüft und diskutiert werden, eine Weiterentwicklung zur Prüfung der Anwendbarkeit in einer technischen Umgebung dargestellt und schließlich ein Design präsentiert, was das technisch Mögliche diesbezüglich widerspiegelt.

## 2. Forschungsstand, Potential und technische Verbreitung

In der englischsprachigen Literatur werden piezoelektrische Netzwerke meist unter dem Begriff des *shunt damping* oder als *shunted damping* behandelt. Der Begriff bezieht sich darauf, dass die dämpfenden Mechanismen innerhalb eines angekoppelten Schaltkreises, englisch *shunt*, wirken. Dabei werden die Begriffe *shunt* und *damping* in unterschiedlicher Form ebenso für andere physikalische Wirkprinzipien verwendet. So verwendet Niederberger [12] den allgemeinen Begriff des *smart damping* gleichzeitig für piezoelektrische Netzwerke wie auch für elektrodynamische Wandler, die an Schaltkreise gekoppelt werden. Dies ist u.a. in [13–16] der Fall, wobei hier jeweils unterschiedliche Begrifflichkeiten verwendet werden. Oft werden auch die Begriffe *semi-active* oder *semi-passive* in diesem Zusammenhang verwendet. Da in der vorliegenden Arbeit ausschließlich piezoelektrische Wandler verwendet werden und gleichzeitig nicht notwendigerweise die Dämpfung als Zielstellung im Fokus steht, wird der Begriff piezoelektrischer Netzwerke verwendet.

Es existiert mittlerweile eine Vielzahl unterschiedlich komplexer piezoelektrischer Netzwerke. Allen ist jedoch gemein, dass ein piezoelektrischer Wandler genutzt wird, um die mechanische Energie der Trägerstruktur über den direkten piezoelektrischen Effekt in elektrische Energie umzuwandeln und, je nach Reglerkonzept, verzögert der Struktur wieder über den indirekten piezoelektrischen Effekt zurückzuführen. In den meisten Fällen, wird keine weitere Sensorgröße und damit Sensorhardware benötigt. Als Regelkreis dienen verhältnismäßig einfache analoge Schaltkreise mit wenigen aktiven Bauelementen. Damit ist bereits ein wichtiges Charakteristikum der piezoelektrischen Netzwerke gegeben: Es handelt sich aus regelungstechnischer Sicht um ein perfekt kolloziertes System, d.h. Aktor und Sensor befinden sich exakt an der gleichen Position. Durch die Verwendung rein analoger Signalverarbeitung entfallen Verzögerungsglieder wie Anti-Aliasing-Filter und Rekonstruktionsfilter. All dies führt zu einem robusten Verhalten [17] und eine lineare passive Reglerarchitektur führt stets zu einem stabilen System.

Die verschiedenen Methoden der piezoelektrischen Netzwerke basieren allesamt auf der Integration von piezoelektrischen Wandlern. Diese wirken auf das strukturdynamische Verhalten der Trägerstruktur entweder indem sie auf eine Struktur angebracht oder in eine Struktur integriert werden und somit Kräfte oder Momente in die Struktur einbringen. Abbildung 1 zeigt auf der rechten Seite den einfachsten Fall eines ungedämpften Einmassenschwingers mit einer Impedanz  $Z$  eines piezoelektrischen Netzwerks parallel zur mechanischen Federsteifigkeit  $k$ .

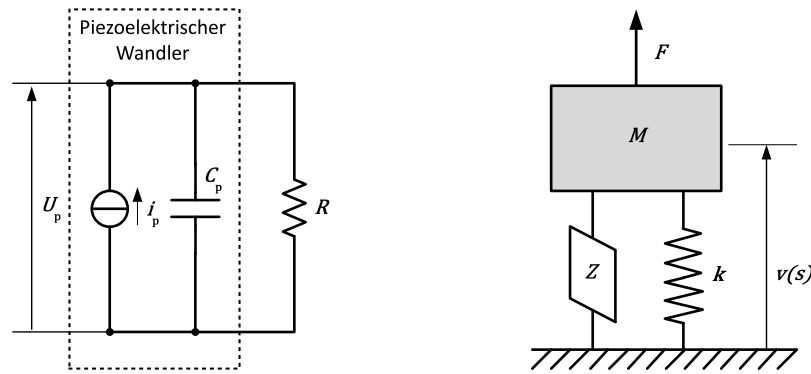


Abbildung 1: links: Einfaches Piezomodell; rechts: Resistiver R-shunt Einmassenschwinger mit shunt Impedanz

Auf der linken Seite ist das einfachste elektrische Modell eines piezoelektrischen Wandlers dargestellt, der an einen externen Widerstand angeschlossen ist. Somit handelt es sich um einen rein resistiven Kreis, den sogenannten R-shunt. Der Piezowandler entspricht nach diesem Modell einer Ladungsquelle mit paralleler kapazitiver Eigenschaft. Die durch die Ladung erzeugte Spannung liegt am Wandler und am parallelen Netzwerk gleichzeitig an. Die Ladung fließt als Strom über den Widerstand ab und dissipiert dabei Energie. Da die Ladung über den piezoelektrischen Effekt mittels einer Transformation von mechanischer Energie in elektrische Energie entsteht, wird mit der elektrischen Energiedissipation auch dem mechanischen System Energie entzogen. Daher rührt der Begriff *shunt damping*.

Diese Impedanz  $Z$  umfasst die mechanische Impedanz des Wandlers sowie die elektromechanische Impedanz im Allgemeinen. Die mechanische Admittanz des Einmassenschwingers ist durch Gleichung (1) im Laplace Bereich definiert. In diesem Zusammenhang bezeichnet  $v$  die Geschwindigkeit der Masse  $M$  bei einer angreifenden Kraft  $F$ . Der Index  $j$  bezeichnet für den allgemeinen Fall die mechanische Wirkrichtung. Die Erweiterung der Betrachtung auf ein Mehrgrößensystem ist durch Ersetzen der skalaren Größen durch modale Massen und Steifigkeiten allgemein möglich [18].

$$\frac{v(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms + \frac{K}{s} + Z(s)} \quad (1)$$

Die Impedanz  $Z$  hängt neben den mechanischen Eigenschaften des Piezowandlers vom angekoppelten elektrischen Netzwerk ab und repräsentiert somit den allgemeinen Fall aller möglichen Varianten elektrischer Impedanzen. Auf die genaue Beschreibung zur Modellierung derartig gekoppelter Gesamtsysteme wird in den Kapiteln 4 und 5 ausführlich eingegangen.

Es lässt sich zusammenfassen, dass es sich bei strukturdynamischen Systemen mit piezoelektrischen Netzwerken um mechanische Systeme handelt, die zum einen piezoelektrische Wandler beinhalten und zum anderen an elektrische Kreise gekoppelt sind, die über den piezoelektrischen Effekt auf das dynamische Verhalten der Trägerstruktur einwirken. Die Netzwerke stellen

damit zusammen mit dem Wandler eine Kombination aus analoger Reglerarchitektur, Sensorik und Aktorik dar. Die Vielfalt möglicher Schaltungen ähnelt inzwischen der Vielfalt klassischer Regler aktiver Systeme. Abbildung 2 zeigt eine Darstellung aus dem Jahr 2005 und vermittelt einen Eindruck von den bis dahin bereits entwickelten Schaltungen. Mittlerweile ließe sich diese noch um neue Kategorien, wie periodische Schaltungen und eine Vielzahl kombinierter Varianten ergänzen.

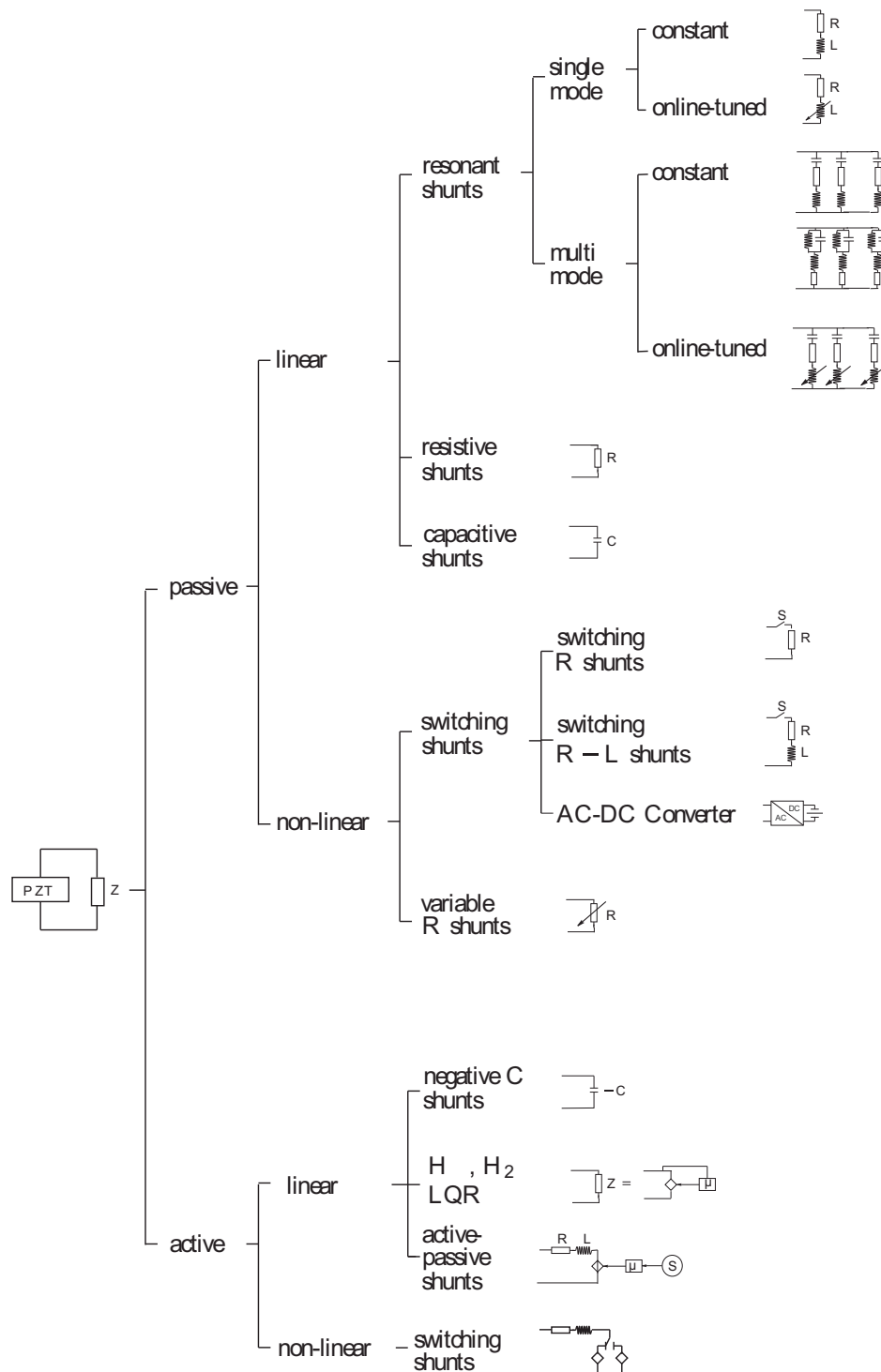


Abbildung 2: Übersicht über piezoelektrische Netzwerke aus dem Jahr 2005; zitiert nach [12], S. 12

Die Zielstellung der vorliegenden Arbeit liegt nicht darin, spezielle Techniken solcher Schaltungen zu entwickeln, sondern eine allgemeine Herangehensweise zur numerischen Behandlung dieser zu entwickeln. Dabei soll eine Lösung angestrebt werden, die zur Abdeckung möglichst aller relevanten Techniken erweitert werden kann und auch die Integration zukünftiger Entwicklungen zulässt.

Aufgrund der hohen Zahl verschiedener Techniken wird im Nachfolgenden nur ein grober Überblick über die prinzipiellen Wirkungsweisen gegeben und nach ihrer möglichen mathematischen und physikalischen Beschreibungsweise kategorisiert.

### 2.1 Lineare Netzwerke

Unter linearen Netzwerken werden Schaltungen verstanden, die eine lineare mathematische Beschreibung zulassen. Ihr elektrisches Verhalten kann bspw. über die jeweilige elektrische Impedanz oder Admittanz als Transferfunktion zwischen den Größen Spannung und Strom formuliert werden. Aus mathematischer und regelungstechnischer Sicht können daher die bekannten Methoden zur Beschreibung dynamischer Systeme im Frequenzbereich angewendet und die Werkzeuge zur Beschreibung linearer Reglerstrukturen, wie Nyquist Diagramme, zur Beurteilung herangezogen werden.

Unter lineare Netzwerke fallen somit einfache passive Schaltungen wie Widerstände (R-shunts) oder resonante Schaltungen mit einer zusätzlichen Induktivität (RL-shunt). Diese sind historische gesehen die ersten Umsetzungen und eine der meist zitierten Quellen dazu ist [18]. Resonante Netzwerke liegen vor, sobald diese induktive Eigenschaften besitzen, da zusammen mit der inhärenten Piezokapazität ein elektrischer Schwingkreis entsteht. Ein wichtiger Aspekt des resonanten Kreises ist, dass über die elektrische Resonanzfrequenz ein Impedanzeinbruch erzeugt wird, was in einem schmalbandigen Bereich zu einer Steigerung der fließenden Ströme führt. Damit fließt mehr Energie ins elektrische System und demnach kann auch mehr Energie im Kreis über einen Widerstand dissipiert werden, als im nichtresonanten Fall. Generell gilt es bei speziellen Weiterentwicklungen, je nach Anwendungsfall, die transformierte Energie breit- oder schmalbandig effizient zu nutzen. So wurden multimodale Varianten unterschiedlichster Form entwickelt [12, 17, 19–21, 21–25]. Ein weiterer Fokus vieler Arbeiten liegt auf der Anpassung der Resonanzfrequenz für veränderliche Anregungen im Betrieb. Diese Anpassung kann adaptiv erfolgen oder durch externe Steuerung umgesetzt werden. Beispiele hierzu finden sich in [12, 23, 26–29]. Durch ihr zeitinvariantes Verhalten können diese Systeme auch den nichtlinearen Schaltungen zugerechnet werden, wie in Abbildung 2 es der Fall ist. Da ihr Verhalten jedoch für bestimmte Betriebspunkte linear beschrieben werden kann, sind diese in dieser Arbeit unter linearen Netzwerken aufgeführt. Neben den rein passiv wirkenden Kreisen können auch aktive Elemente eingesetzt werden um größere Kräfte in das Trägersystem einzubringen. Eine vielzitierte Methode, die auch zu den linearen Techniken zählt und im späteren Verlauf der Arbeit untersucht wird, ist die Ergänzung passiver Kreise um eine negative Kapazität, wie bspw. in [2, 12, 17, 21, 30–34, 34–40].

### 2.2 Nichtlineare Netzwerke

Der zweite häufig in der Literatur beschriebene Typ elektrischer Schaltungen lässt sich nicht mehr im Frequenzbereich handhaben, da die Piezowandler nicht mehr dauerhaft an das Netzwerk angebunden sind, sondern nur zu bestimmten Zeitpunkten mit dem Kreis verbunden sind. Somit kann die lineare mathematische Beschreibung nur noch für einzelne Zeitintervalle gelten. Neubauer [41–44] behandelt diese Intervalle unabhängig voneinander analytisch und setzt die Lösungen der Teilintervalle im Nachhinein wieder zusammen. Die einfachsten und viel analysierten Schaltungen sind unter dem Begriff *synchronised switch damping* (SSD) oder auch mit dem Zusatz *„on inductance“* als SSDI bekannt. Zudem wurde im Bereich der nichtlinearen schaltenden Netzwerke eine Vielzahl unterschiedlicher Varianten weiterentwickelt, die wiederum aktive oder passive Kreise umfassen [45, 45–55, 55, 56]. Auch negative Kapazitäten und resonante RL-shunts finden als geschaltete Varianten in der Literatur [55, 57, 58] Anwendung. Oft wird jedoch der Wirkungsgrad schaltender Netzwerke aktiv durch eine zusätzliche DC-Spannungsquelle erhöht, wie in [59, 60] gezeigt.

Eine Unterscheidung innerhalb der schaltenden Netzwerke kann anhand ihrer unterschiedlichen Schaltgesetze erfolgen. Während einige Techniken, wie bspw. in [50] das *blind switch damping* (BSD) oder in [47] stochastisch verteilte Schaltvorgänge ausnutzen, sind andere Techniken an möglichst genaue Schaltzeiten gebunden, die auch maßgeblich den Wirkungsgrad beeinflussen können, wie in [12, 44, 61, 62] gezeigt wurde.

Ein Spezialfall der schaltenden Netzwerke bilden die Systeme, die gleichzeitig zur Energiespeicherung genutzt werden und somit dem *energy harvesting* zuzurechnen sind [43]. So gibt es analog zur SSDI die SSHI (*synchronized switch harvesting on inductance*) [43, 44, 63].

### 2.3 Periodische Netzwerke

Einen gänzlich anderen strukturdynamischen Ansatz liefern die periodischen Netzwerke. Diese gehen im Prinzip auf [64] zurück und verwenden die bekannten Ansätzen der Mechanik periodischer Strukturen, wie sie bereits in den 1970er-Jahren für die Schwingungsoptimierung verfolgt wurden [65–67]. Diese rein passiven Methoden wurden bspw. für Platten [67, 68] eingesetzt. Aufbauend darauf wurden von Casadei [69–71] Umsetzungen mit verteilten Piezoelementen in Verbindung mit resonanten Netzwerken umgesetzt. Weitere Arbeiten sind dazu in [24, 72–80] zu finden.

Auf diese wird im Laufe der Arbeit nicht weiter eingegangen. Deren Erwähnung ist jedoch insofern von aktuellem Interesse, als gegenwärtig unter dem Namen Metamaterialien [81, 82] dieselben Ansätze verfolgt werden. Eine Kombination beider Themenfelder könnte sich als aussichtsreich für zukünftige Umsetzungen darstellen.

### 2.4 Begriffsdefinition passiv, semi-passiv, semi-aktiv, aktiv

Hinsichtlich einer Kategorisierung werden piezoelektrische Netzwerke in der Literatur meist den passiven, semi-passiven oder semi-aktiven Methoden der Strukturdynamik zugerechnet, wobei

die Definition dieser in der Literatur nicht immer konsistent eingehalten wird. Preumont [17] definiert piezoelektrische Netzwerke prinzipiell als passiv, jedoch in einigen Fällen als aktiv [37]. Ebenso unterscheidet Niederberger in [12] lediglich in aktive und passive Techniken. Als semi-aktive Systeme bezeichnet Preumont, in Anlehnung an den Sprachgebrauch im Bauingenieurwesen und Automobilbau, Systeme, welche in Echtzeit Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften ändern können, jedoch ohne Hilfsenergie funktionstüchtig bleiben. Im Sprachgebrauch des *shunt dampings* bietet sich jedoch eine differenziertere Sichtweise an. So gibt Lallart [22] eine Definition, welche die Begriffe semi-passiv und semi-aktiv eindeutig prägt und eine Unterscheidung in Anhängigkeit des Energieeintrages vornimmt. Er definiert die Begriffe folgendermaßen:

- „• **Passive control schemes** where no energy is injected into the system, and no particular control is performed. This class comprises purely mechanical devices (e.g., viscoelastic layers), but also includes approaches featuring energy conversion materials (such as piezoelectric and magnetic transducers) that are not subjected to a particular control (for example, resistive shunted electroactive materials fall into this category).
- Semi-passive techniques where no energy is used in the energy conversion system, but are necessary for the command law. This includes switched systems. As such techniques are used when the amount of required energy is a critical constraint, the command laws are usually quite simple.
- **Semi-active techniques** that consist of an extension of semi-passive systems. In the case of semi-actives approaches, a small amount of energy is given to the energy conversion systems in order to enhance the vibration limitation abilities of the device.
- **Active control schemes** which include a full feedback loop (sensors, controller, amplifier, actuator), and require large amounts of energy. Because energy is not critical in this case, the command law of active control scheme may be complex.“ [22, S. IXf.; Hervorhebung im Original]

Da es jedoch Schaltungskonzepte gibt, die auf diese Weise nicht eindeutig den semi-aktiven oder aktiven Techniken zugerechnet werden können, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine leicht abgewandelte Definition hierfür gegeben, welche strikt den Wirkmechanismus der zugeführten Energie für eine Einteilung heranzieht:

- **Passive Netzwerke** sind Systeme, denen keinerlei Energie zugeführt wird. Darunter fallen piezoelektrische Netzwerke mit rein passiven Bauteilen, wie dem resistiven R-shunt.
- **Semi-passive Netzwerke** sind Systeme, deren Energiezufuhr in keiner Weise zur Kraft- oder Momenteneinleitung dient, sondern lediglich das Verhalten konservativer passiver Bauteile imitieren lässt. Darunter fallen Schaltungen, welche mit synthetischen Induktivitäten auf Basis aktiver Bauelemente (Operationsverstärker) arbeiten, wie es meist bei Implementierungen des resonanten RL-shunts der Fall ist.
- **Semi-aktive Netzwerke** sind Systeme, deren Energiezufuhr Kräfte zur Folge haben, welche jedoch nicht direkt in die Trägerstruktur eingebracht werden, sondern lediglich die Eigen-



schaften des passiven oder semi-passiven Systems verändern. Diese entsprechen in der mechanischen Analogie dem semi-aktiven Tilger, bei dem etwa die Stellenergie genutzt wird, um Massen zu bewegen oder Steifigkeiten zu verstellen. Hinsichtlich der piezoelektrischen Netzwerke fallen hierunter die adaptiven Netzwerke, sowie die klassischen schaltenden Netzwerke (SSDI).

- **Aktive Netzwerke** sind Systeme, deren Energiezufuhr direkt Kräfte oder Momente in die Trägerstruktur einleiten und damit zu den Wirkkräften einer passiven, semi-passiven oder semi-aktiven Technik hinzuaddiert werden. Darunter fallen geschaltete Netzwerke mit zusätzlicher DC-Spannungsquelle (SSDV) oder Netzwerke mit integrierten negativen Kapazitäten auf Basis von Operationsverstärkern, wie der RC-shunt.

### 2.5 Bisherige Modelle und deren Grenzen

Ebenso vielfältig wie die Varianten möglicher Netzwerke ist auch die Vielfalt der verwendeten Modelle und Modellierungsstrategien für diese. Zumeist wird in der wissenschaftlichen Literatur auf die spezifischen Vor- und Nachteile der vorgestellten Technik eingegangen und für den jeweiligen Fall eine geeignete Modellierungsstrategie gewählt um die jeweiligen Mechanismen abbilden zu können. Selten stellen diese geschlossene Simulationsketten dar.

Die folgende Auflistung und Beschreibung vorhandener Modellierungsansätze erhebt nicht den Anspruch auf Vollständigkeit, verdeutlicht jedoch die Notwendigkeit eines gesamtheitlichen Ansatzes.

#### 2.5.1 Allgemeine Designparameter und Optimierungsaufgaben

Hinsichtlich der Leistungsfähigkeit von Systemen mit piezoelektrischen Netzwerken lässt sich eine Reihe Parameter identifizieren, die für den Systementwurf aller Varianten gleichermaßen von Bedeutung sind. Zwar unterscheiden sich die verschiedenen Techniken darin, wie groß der Einfluss dieser Parameter auf das jeweilige Systemverhalten ist, jedoch stellen diese wichtige Basisparameter dar, die es für den konkreten Entwicklungsfall stets zu beachten und zu bewerten gilt.

##### 2.5.1.1 Kopplungsfaktoren

Die Energiewandlung zwischen mechanischer Energie eines schwingenden Systems und elektrischer Energie mittels piezoelektrischer Wandler, lässt sich anhand zweier Kopplungsfaktoren quantifizieren, dem piezoelektrischen Kopplungsfaktor des Materials und dem generalisierten piezoelektrischen Kopplungsfaktor des Gesamtsystems. So lassen sich piezoelektrische Materialien u.a. durch den Grad der möglichen Energieumwandlung charakterisieren, welcher durch den piezoelektrischen Kopplungsfaktor des Materials gekennzeichnet ist. Gegenwärtig werden die größten piezoelektrischen Kopplungsfaktoren mit modifiziertem Blei-Zirkonat-Titanat erreicht. Gerade für den Einsatz piezoelektrischer Netzwerke, die prinzipbedingt möglichst ohne zusätzliche externe Leistungsquellen auskommen sollten, ist dies ein wichtiger Parameter. Da bei der Wahl der piezoelektrischen Wandler aber ebenso auf Faktoren wie Temperaturbereich oder

maximale Dehnung der Wandler geachtet werden muss, kann der Kopplungsfaktor nicht alleine bei der Materialauswahl entscheidend sein und die Systemauslegung ist dementsprechend eingeschränkt hinsichtlich des möglichen Optimierungspotenzials.

Hingegen beschreibt der generalisierte elektromechanische Kopplungsfaktor, als eine modale Größe, die Energiewandlung zwischen elektrischem System und mechanischer Trägerstruktur. Neubauer beschreibt ihn in [83] anschaulich über das Verhältnis der umgewandelten Energie und der mechanisch gespeicherten Energie zu:

$$K = \sqrt{\frac{E_{transformiert}}{E_{transformiert} + E_{mech,gespeichert}}} \quad (2)$$

Die genaue Herleitung beschreiben Hagood und von Flotow in [18] als Funktion der modalen Steifigkeit der Trägerstruktur  $K_{mech}$ , der modalen Steifigkeit des Wandlers in Wirkrichtung  $K_{jj}^E$  (bei kurzgeschlossenen Elektroden) und des piezoelektrischen Kopplungsfaktors  $k_{ij}$  (Materialparameter):

$$K_{ij}^2 = \frac{K_{jj}^E}{K_{mech} + K_{jj}^E} \cdot \frac{k_{ij}^2}{1 - k_{ij}^2} \quad (3)$$

Die Indizes  $i$  und  $j$  entsprechen den unterschiedlichen Wirkrichtungen im kartesischen Piezokoordiantensystem, wie in [18] definiert, wobei  $i$  für die Richtung des elektrischen Feldes des Piezowandlers und der Index  $j$  für die mechanische Wirkrichtung steht. Im weiteren Verlauf der Arbeit werden diese Indizes aufgrund der besseren Lesbarkeit jedoch nicht explizit ausgewiesen. Im Falle der in der Arbeit verwendeten piezoelektrischen Biegewandler entspricht die Indizierung  $K_{31}$ .

Eine weitere praktikable Definition zur experimentellen und numerischen Berechnung des Kopplungsfaktors geben Hagood und von Flotow über die resultierende Eigenfrequenzverschiebung zwischen dem Fall des Piezoelementes bei kurzgeschlossenen und bei offenen Elektroden:

$$K = \sqrt{\frac{\omega_{offen}^2 - \omega_{kurz}^2}{\omega_{kurz}^2}} \quad (4)$$

Somit lässt sich über Bestimmung der Eigenfrequenzen eines Systems in diesen beiden Zuständen experimentell der generalisierte elektromechanische Kopplungsfaktor berechnen. Dieser lässt sich im Entwurfsstadium maßgeblich beeinflussen, indem der Wandler und seine Steifigkeit gezielt während der Bauteilauslegung und Dimensionierung mit einbezogen werden. Wie sich unterschiedlich hohe Kopplungsfaktoren  $K$  auf die Dämpfung eines Einmassenschwingers auswirken, der nach dem Prinzip aus Abbildung 1 mit einem Piezoelektrischen Wandler parallel zur Federsteifigkeit aufgebaut ist, zeigt Abbildung 3 für ein schwachgedämpftes und ein stark gedämpftes System.

## 2. Forschungsstand, Potential und technische Verbreitung

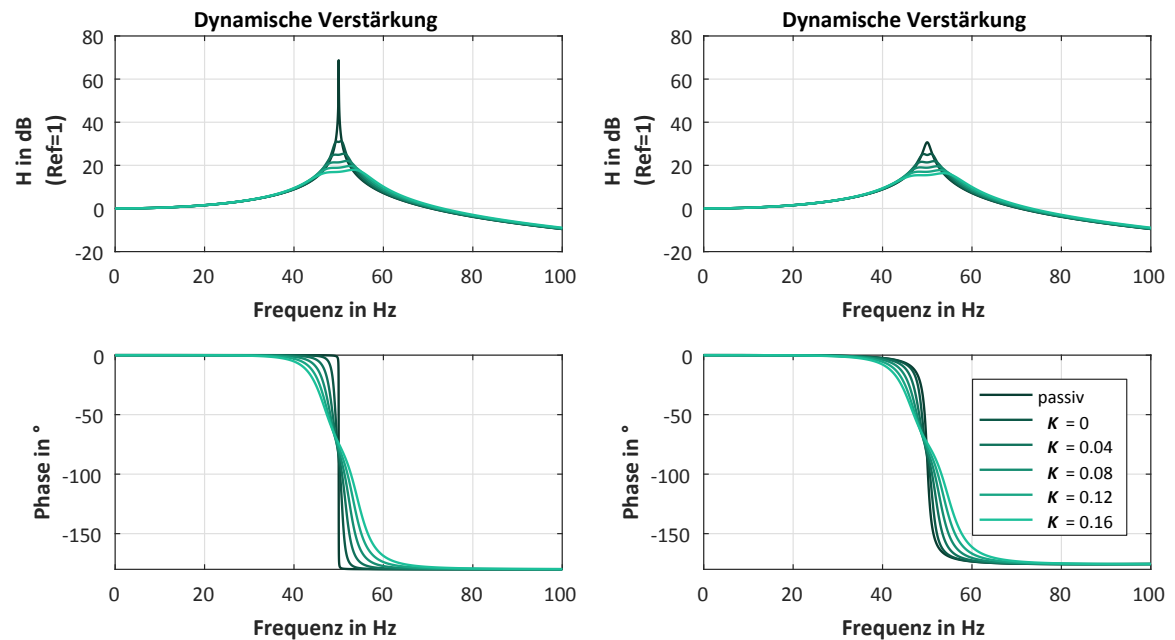


Abbildung 3: Einfluss des Kopplungsfaktors auf fußpunkterregten Einmassenschwinger  
links: schwach gedämpftes System; rechts: stark gedämpftes System

### 2.5.1.2 Bauteilbelastung / Elektrische Leistungsgrößen

Weitere wichtige Entwurfsparameter betreffen die elektrischen Größen im Netzwerk. Diese werden oftmals bei der Beschreibung der unterschiedlichen Techniken in der Literatur vernachlässigt, bilden aber gerade hinsichtlich einer Übertragung der Methoden von akademischen Demonstrationsstrukturen auf technische Anwendungen wichtige Entwurfsparameter. Beim einfachsten aller Netzwerke, dem R-shunt, fallen nur äußerst geringe Spannungen ab. Die Spannungen und Ströme entsprechen denen eines Piezoelementes im sensorischen Betrieb, da es keinerlei energiespeichernde Elemente gibt. Im Fall der resonanten Netzwerke, wie dem RL- und RLC-shunt, fallen im Bereich der Resonanz jedoch weitaus größere Spannungen an und es fließen größere Ströme. Wie in Abschnitt 2.1 erwähnt, wird die Induktivität des RL-shunts meist über Gyrationsschaltungen verwirklicht, die aus aktiven und passiven Elementen aufgebaut sind. Da die maximal möglichen Spannungen am Piezoelement in diesem Fall mit der maximalen Versorgungsspannung der Operationsverstärker (OP) in Verbindung stehen, hängt die amplitudenmäßige Belastbarkeit des Systems direkt von der Versorgungsspannung ab. Mayer beschreibt in [84] einige essentielle Auslegungskriterien für den meistverwendeten Schaltkreis, wie er in Abbildung 4 dargestellt ist.

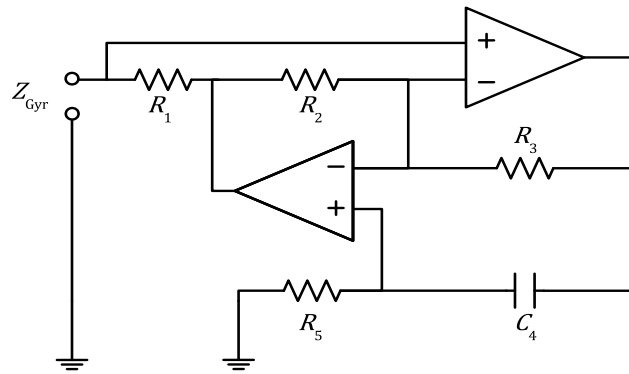


Abbildung 4: Gyrationsschaltung zur Realisierung einer synthetischen Induktivität nach [85]

$$Z_{\text{Gyr}} = j\omega \frac{R_1 R_3 R_5 C_4}{R_2} \quad (5)$$

Die Ausgangsspannung der beiden OP lässt sich in Abhängigkeit der am Piezoelement anliegenden Spannung beschreiben. Unter der Annahme, dass  $R_2 = R_3$  und kein dämpfender serieller Widerstand vorhanden ist (reiner LC-shunt), berechnet sich Mayer zufolge die Ausgangsspannung nach Gleichung (6), welche aus [86] hergeleitet ist zu:

$$U_{\text{Opamp}} = U_{\text{Piezo}} \frac{1 + j\omega R_5 C_4}{j\omega R_5 C_4} \quad (6)$$

Die charakteristische Eckfrequenz, bis zu welcher die Spannung am OP mit 20 dB pro Dekade bezüglich der Frequenz abfällt, liegt für diesen Fall bei:

$$\omega_0 = \frac{1}{R_5 C_4} \quad (7)$$

Um die Spannungen am OP gering zu halten schlägt Mayer folglich vor, die Bauteilwerte  $R_5$  und  $C_4$  geeignet zu wählen. Demzufolge sollte die Eckfrequenz unterhalb oder in der Nähe der Frequenzen des Betriebsbereichs liegen, um die Anforderungen an die Spannungsversorgung der OP und die OP selbst gering zu halten.

Betrachtet man den RL-shunt mit piezoelektrischem Wandler vereinfacht als RLC-Schwingkreis mit einer seriellen Spannungsquelle stellvertretend für die piezoelektrische Ladungsquelle, kann der Einfluss dieses Sachverhalts für den Betrieb eines RL-Netzwerkes mit OP schnell verdeutlicht werden. Abbildung 5 zeigt den Schaltkreis, wie er für diesen Zweck in der frei verfügbaren Schaltungssimulationssoftware *LTSpice* simuliert wurde. Der verwendete OP entspricht dem PA343 der Firma *Apex Microtechnology*, welcher auch in den nachfolgenden Kapiteln Anwendung findet. Bei den OP-Modellen handelt es sich um vom Hersteller zur Verfügung gestellte

Spice-Modelle, die bezüglich der Modelltiefe über die Beschreibung von idealen OP hinausgehen. Hinsichtlich der Details des Modells sei auf Unterabschnitt 4.3.3.1 verwiesen.

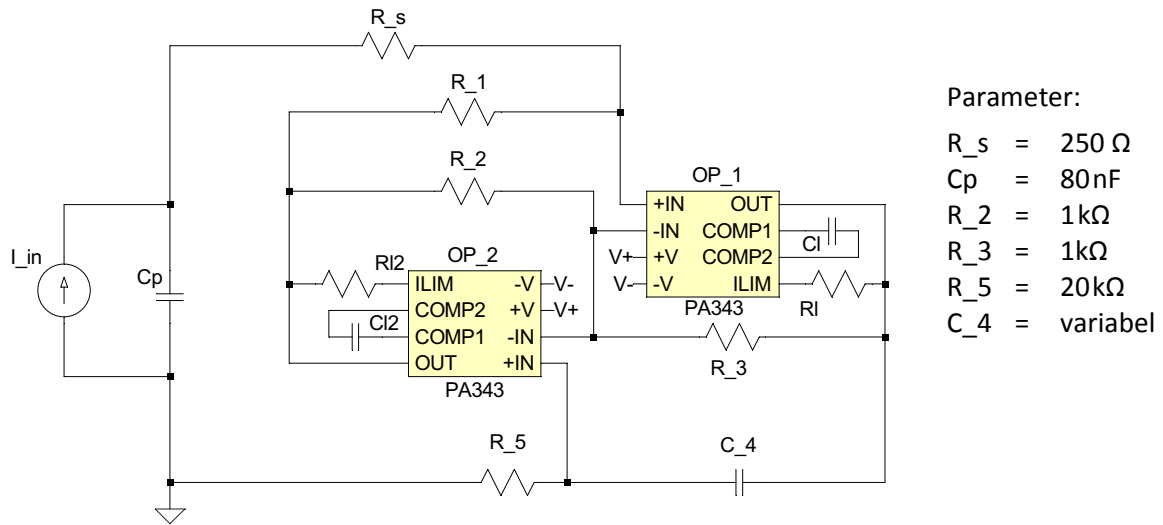


Abbildung 5 Einfacher RLC Kreis mit Gyrationsschaltung in LTSpice

Für eine energieeffiziente Auslegung sollte also die OP-Spannung minimal im Vergleich zur Spannung sein, die an der Kapazität des Piezoelements anliegt und somit auf das System über den indirekten Piezoeffekt als Kraft einwirkt. Abbildung 6 zeigt die Ergebnisse der Simulation in Form von Frequenzspektren für die Spannungen und Ströme am OP und am Piezokondensator. Dabei wurden die Bauteilwerte für  $C_4$  bei gleichbleibender Resonanzfrequenz des RLC-Kreises variiert, wodurch die Eckfrequenz  $\omega_0$  bzw.  $f_0$  in Hz veränderlich ist. Der Wert  $R_1$  wurde jeweils so angepasst, dass die Resonanzfrequenz konstant bei 50 Hz liegt. Man erkennt deutlich den von Mayer beschriebenen Einfluss der Lage der Eckfrequenz zur Betriebsfrequenz auf die Spannungsüberhöhung am OP-Ausgang. Dies ist insbesondere im Bereich der Resonanzfrequenz kritisch zu bewerten, da dort bereits recht hohe Spannungsamplituden auftreten. Da durch die Parameterwahl von  $R_2 = R_3$  die gleichen Spannungen und Ströme an beiden OP auftreten, ist stellvertretend lediglich der Verlauf der Größen am Verstärker 1 dargestellt. Die am, für das Piezoelement stellvertretenden, Kondensator anliegenden Spannungen sind weitgehend unabhängig von der Spannung am OP. Analog dazu verhält es sich mit den Strömen durch den Piezokondensator und die beiden OP. Zusammengefasst deutet dies darauf hin, dass dem Piezokondensator keine zusätzliche Leistung zugeführt wird, die Schaltung also unabhängig von der Bauteilparametrierung passives Verhalten zeigt. Weiterhin ist ein konvergentes Verhalten der Spannungs- und Stromüberhöhung mit steigenden Bauteilwerten des Kondensators  $C_4$  mit der Spannung  $U_C$  des Kondensators  $C_p$  als Asymptote erkennbar.

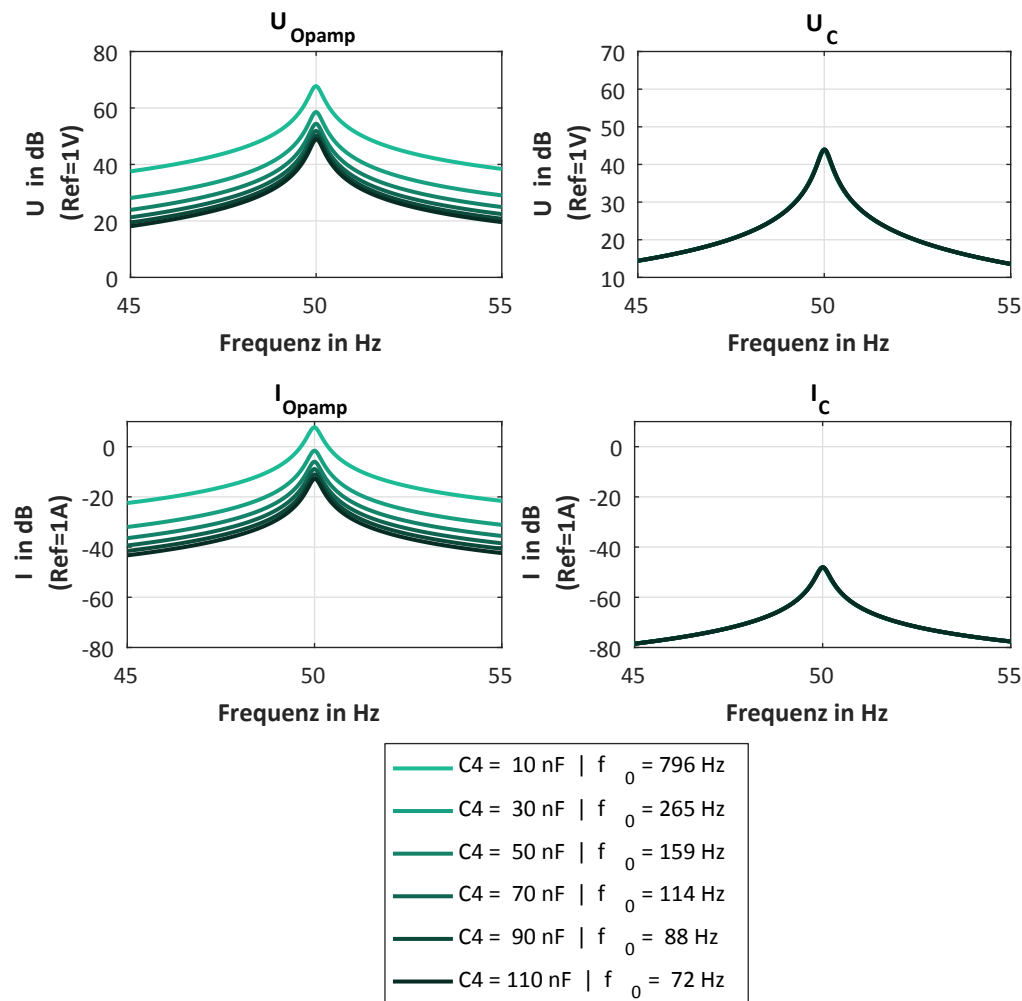


Abbildung 6: Abhängigkeit der Spannung am Kondensator und am OP\_1 vom Bauteilparameter  $C_4$

Ein großer Nachteil bei der Verwendung konventioneller Spulen für piezoelektrische Netzwerke, neben den Bauteilabmessungen für große Induktivitäten, ist der hohe Innenwiderstand von Spulen. Je nach Anwendungsfall sollte der RLC-Schwingkreis möglichst ungedämpft ausgeführt werden. Dies ist der Fall, wenn das System bspw. als ungedämpfter Tilger zur Kompensation von monofrequenten Störkräften Nahe dem Ort der Störung eingesetzt werden soll. Dämpfung vermindert die Wirkung auf die Trägerstruktur in der Tilgungsfrequenz. Demzufolge ist es wünschenswert, eine Schaltung mit geringen resistiven Eigenschaften auszulegen und auch diesem Gesichtspunkt bei der Parametrierung der Bauteile der Gyratorschaltung Aufmerksamkeit zu schenken. Zwar bezieht sich die nachfolgende Darstellung in Abbildung 7 auf eine sehr spezielle Bauteilparameterkonfiguration, da der Widerstand  $R_5$  äußerst gering gewählt wurde und damit auch die Eckfrequenzen sehr hoch sind. Jedoch kann die prinzipielle Abhängigkeit des Eingangswiderstandes, welche am Eingang der Gyratorschaltung anliegt und das als Quelle wirkende Piezoelement belastet, verdeutlicht werden. Der damit verbundene Einfluss auf die Spannung am Piezoelement lässt sich anhand der Frequenzspektren der Spannung und des Stromes am Kondensator  $C_p$  aufzeigen, der in diesem Fall das Piezoelement repräsentiert.

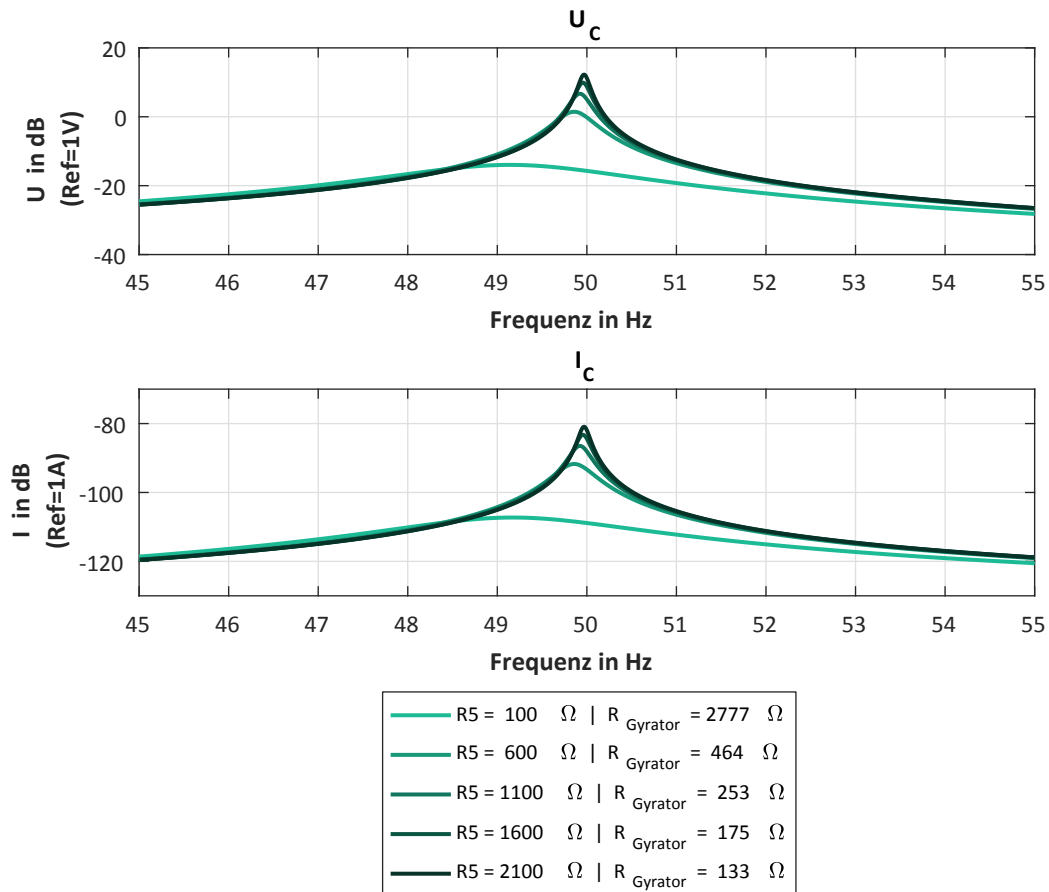


Abbildung 7: Abhängigkeit des Eingangswiderstandes vom Bauteilparameter  $R_5$

Anhand des mit geringer werdenden Widerstandswerten für  $R_5$  stärker gedämpften Charakters der Resonanzstelle bei 50Hz zeigt sich ein steigender resistiver Anteil der Schaltung. Erkennbar ist auch die mit steigender Dämpfung verbundene Verschiebung der Resonanzstelle in Richtung niedrigerer Frequenzen. Zur Bestimmung der in der Grafik angegebenen Werte  $R_{Gyrator}$ , welche den Eingangswiderstand der Schaltung bei 50Hz beschreiben, wurde in der Simulation die Differenz des berechneten Realteils der Impedanz zu einem rein induktiven Verhalten herangezogen.

### 2.5.2 Analytische Modelle

Eine vielreferenzierte Quelle hinsichtlich der Modellierung ist von Hagood et al. [18]. Die Autoren beschreiben ausführlich die piezoelektrische Strukturkopplung sowie eine Integration von R- und RL-shunts. In der mathematischen Beschreibung wird explizit zwischen der zusätzlich eingebrachten mechanischen Impedanz des Piezoelementes und dem elektrischen Beitrag unterschieden. Die Modellierung basiert auf einer modalen Strukturbetrachtung, so dass über modale Kopplungsfaktoren der frequenzselektive Einfluss des Piezoelementes auf die Struktur abgedeckt ist. Es handelt sich um eine exakte Beschreibung eines gekoppelten multimodalen Systems. Allerdings beschränkt sich die Darstellung auf die Anwendung an einem Einmassenschwinger. Ähnlich den von Ormondroyd und Den Hartog [87] beschriebenen Konfigurationsverfahren zur Optimierung des Verhaltens mechanischer Tilger, stellen Hagood et al. zwei Kriterien zur opti-

malen Auslegung eines RL-shunts vor: Das *pole placement criterion* und das *transfer function criterion*. Beide eignen sich zur Bestimmung optimaler Werte für den Widerstand und die Induktivität zur Schwingungsberuhigung eines Einmassenschwingers. Ohne auf die Details der Modellierung einzugehen, gibt Abbildung 8 einen Überblick über Ein- und Ausgangsgrößen.

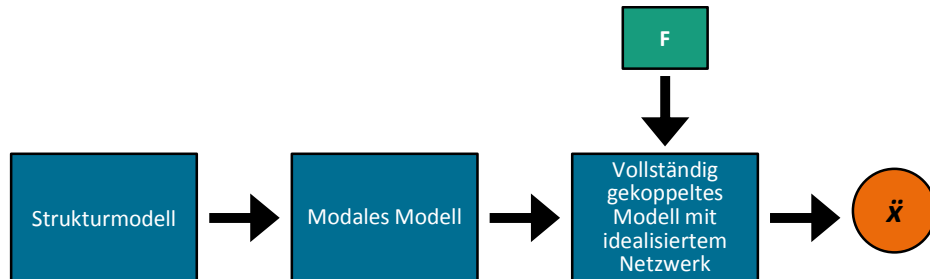


Abbildung 8: Darstellung der analytischen Modellierung nach Hagood et al.

Auf Informationen über die elektrotechnische Implementierung des Netzwerks wird in [18] nicht eingegangen. Weiterhin fehlen dem Entwickler explizite Informationen über elektrische Kenngrößen, wie Spannung und Strom.

Ein ähnliches Vorgehen wird von Neubauer in [40] beschrieben. Auch er beschränkt sich auf die Modellierung eines Einmassenschwingers, allerdings erweitert er die Modellierung um den Einsatz einer negativen Kapazität, also eines RLC-shunt. Der Fokus liegt auf der Herleitung von optimalen Parametern. Elektrische Größen sind explizit formuliert, so dass zwar Informationen über Strom und Spannung am Piezoelement gegeben werden, jedoch nicht innerhalb der Schaltung selbst. Ebenso wie Preumont [37, 88] betont Neubauer die Möglichkeit von Instabilitäten, die im Gegensatz zum passiven RL-shunt, durch den Einsatz der negativen Kapazität auftreten können. Abbildung 9 skizziert Neubauers Vorgehen.

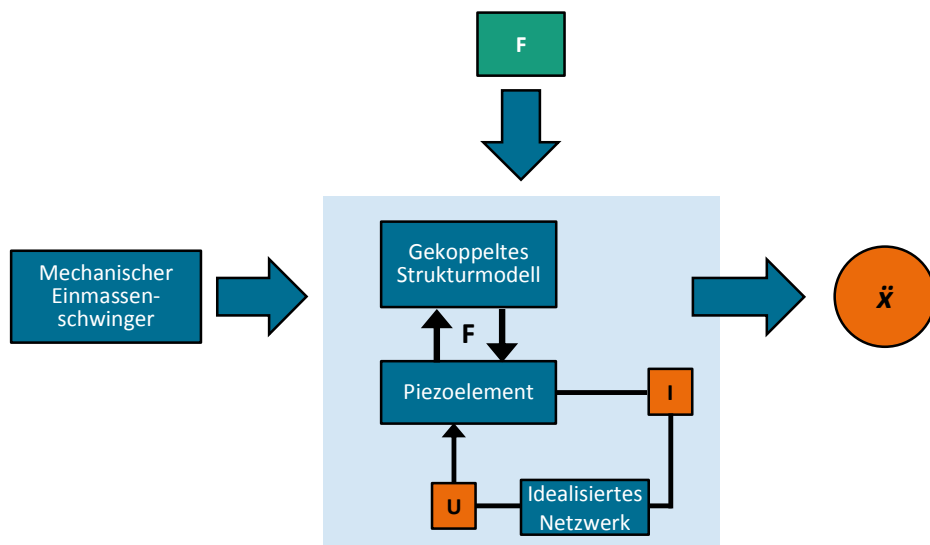


Abbildung 9: Darstellung der analytischen Modellierung nach Neubauer



Oleskiewicz widmet sich in [34] der analytischen Modellierung der realen Umsetzung einer negativen Kapazität mittels einer OP-Schaltung. Dabei liegt der Fokus auf den maximal auftretenden Spannungspegeln am OP. Die Betrachtung beschränkt sich jedoch auf die negative Kapazität, die innerhalb einer möglichen virtuellen Induktivität auftretenden Spannungen bleiben unbeachtet.

Okumura richtet in [89] seine Aufmerksamkeit auf ein weiteres Kriterium hinsichtlich der Modellierung negativer Kapazitäten: Er bezieht mögliche parasitäre Widerstände bei der Modellierung des Piezoelementes selbst mit ein. Der Autor zeigt durch numerische Betrachtungen, dass unter Einbeziehung der parasitären Widerstände das Beispielsystem eines Einmassenschwingers instabil wird. Weiterhin wird ein Vorgehen zur Stabilisierung desselben über die Integration eines negativen Widerstandes dargestellt.

Das sehr ausführliche Werk von Moheimani [90] beleuchtet das Thema des *shunt dampings* u.a. aus der Perspektive der klassischen Regelungstechnik. So stellt er das Gesamtsystem in Form geschlossener Regelkreise auf und wendet regelungstechnische Methoden, wie die  $H^\infty$  und  $H_2$  Norm, zur Systemauslegung und Parameteroptimierung an. Manzoni [33] greift seinen Modellierungsansatz auf, um das Verhalten negativer Kapazitäten weitergehend zu betrachten und stellt eine analytische Gleichung zur Beschreibung deren Verhaltens auf. Beide gehen bei der Modellierung allerdings von einem bereits existierenden gekoppelten Strukturmodell mit Piezoelementen aus. Mittels messtechnischer Analyseverfahren wird die Piezoankopplung über die am Piezoelement anfallende Spannung bestimmt. Daraus wird das Gesamtmodell erstellt und die erwähnten regelungstechnischen Methoden zur Auslegung der verschiedenen Netzwerkparameter verwendet. Abbildung 10 verdeutlicht schematisch die Modellierungsstrategie von Moheimani.

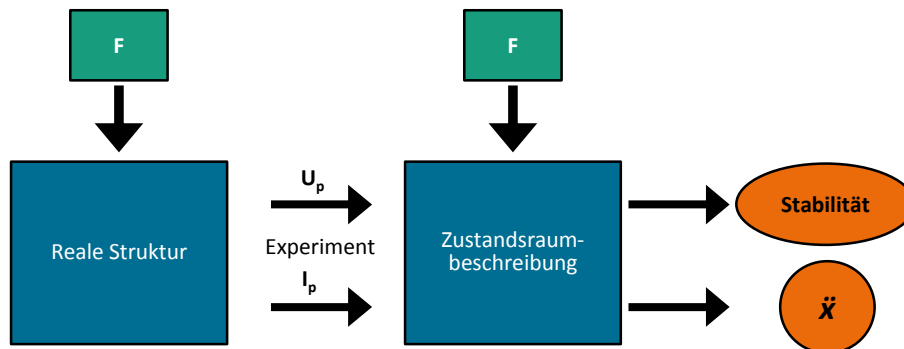


Abbildung 10: Darstellung der analytischen Modellierung nach Moheimani

Eine weitere Methode zur Identifikation der optimalen Parameter resonanter Netzwerke wird von Kim [91] für den RL-shunt vorgeschlagen und von Salloum auf den RLC-shunt erweitert [92]. Die Autoren verwenden einen rein elektrotechnischen Ansatz. Dabei wird, zusätzlich zur elektrischen Modellierung der Schaltung, die mechanische Struktur über elektrische Ersatzschaltbilder modelliert. Dadurch lassen sich alle Parameter innerhalb einer Domäne betrachten.

Die bisher aufgeführten Methoden eignen sich somit nur bedingt für einen Gesamtsystementwurf, da der Entwurf der Trägerstruktur in den Betrachtungen ausgeklammert wird. Dies mag

für akademische Analysen zur Evaluierung bestimmter Netzwerktopologien bei bereits definierter Trägerstruktur gerechtfertigt sein, bietet dem Entwicklungsingenieur allerdings keine konkreten Anhaltspunkte für eine umfassende Optimierung des Systemverhaltens in einem frühzeitigen Entwurfsstadium. Konkret bedeutet dies, dass die Anwendung piezoelektrischer Netzwerke dadurch den Charakter einer *troubleshooting*-Lösung im späten Systementwurfsstadium erhält. Dies widerspricht jedoch der Philosophie adaptronischer oder mechatronischer Strukturen, für deren Entwurf möglichst frühzeitig Zugriff auf alle leistungsbeeinflussenden Faktoren im Modellierungsprozess gegeben sein sollte. Möglicherweise stellt dies einen der Gründe dar, weshalb eine technische Verbreitung noch nicht gegeben ist.

Delpero [93] und Salloum [94, 95] hingegen verfolgen mit numerischen Mitteln den Ansatz einer umfassenderen Betrachtungsweise, indem die Struktur und die Netzwerkeigenschaften gemeinsam optimiert werden. Der Fokus ihrer Arbeiten liegt auf der mechanischen und elektrischen Parameteroptimierung um insgesamt ein schwingungsarmes Design zu finden. Detaillierte Modelle der elektrischen Komponenten werden jedoch dabei Vernachlässigt. Dieses Vorgehen verdeutlicht jedoch, dass der komplexe Prozess des Systementwurfs einer Struktur mit piezoelektrischem Netzwerk über numerische Optimierungsverfahren handhabbar ist.

### 2.5.3 Numerische Modelle

Hinsichtlich der numerischen Modellierung und Simulationsumgebungen für piezoelektrische Netzwerke muss zwischen den beiden physikalischen Domänen der Mechanik und Elektronik differenziert werden. So lässt sich zwischen reinen Strukturmodellen der Trägerstruktur, gekoppelten Modellen der Struktur mit piezoelektrischen Freiheitsgraden sowie den rein elektrischen Modellen der Netzwerke unterscheiden.

Zur Beschreibung mechanischer Strukturen ist die FE-Methode weit verbreitet. Sie ist flexibel einsetzbar, und es existiert eine ganze Reihe kommerzieller wie auch frei verfügbarer Software. Die Verwendung von gekoppelten FE-Modellen zur Auslegung von piezoelektrischen Netzwerken wird von Homann [96] für den Fall einer schwingungsreduzierenden Maßnahme für das Sägeblatt einer Kreissäge beschrieben. Durch Verwendung spezieller, in der FE-Software *Ansys* verfügbarer, Elemente können zum einen die piezoelektrischen Materialien und zum anderen einfache elektrische Bauteile simuliert werden. Somit lässt sich auf die einfachste Weise ein RL-shunt mit einer beliebigen Struktur verknüpfen. Abbildung 11 stellt das Vorgehen Homanns schematisch dar.

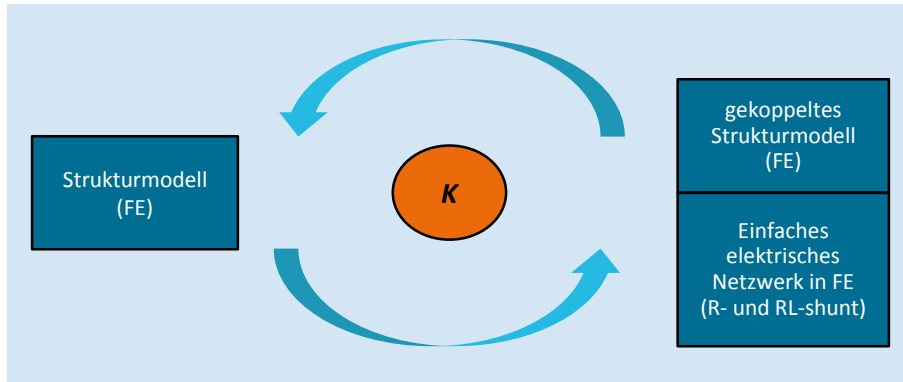


Abbildung 11: Darstellung der numerischen Modellierung nach Homann

Nachteilig ist hierbei die Beschränkung auf einfache idealisierte Bauteile und somit die Beschränkung auf den idealisierten RL-shunt sowie der hohe Rechenaufwand für Parametervariationen. Deshalb wird vom Autor gleichfalls eine andere Variante vorgeschlagen: Der Export der modalen Parameter der Struktur nach *Matlab*. Die fehlenden Koppelterme im analytischen *Matlab*-Modell werden nachträglich aus der FE-Simulation über Spannung-Kraft Beziehungen hinzugefügt. Neubauer verwendet in [38] einen ähnlichen Ansatz, der es ermöglicht auch komplexere Netzwerke, wie den RLC-shunt oder den SSDI-shunt zu behandeln. Allerdings beschreibt er diese auch in idealisierter Form. So bezieht er bspw. die elektrischen Bauteileigenschaften nicht mit ein und verwendet eine vereinfachte Beschreibung der negativen Kapazität. Abbildung 12 zeigt wiederum den schematischen Ablauf. Über diese Methode wird die Auslegung zweier anwendungsnaher Systeme beschrieben: Die Anwendung von RLC- und SSDI-shunts an einer Turbinenschaufel sowie einer KFZ-Bremsscheibe.

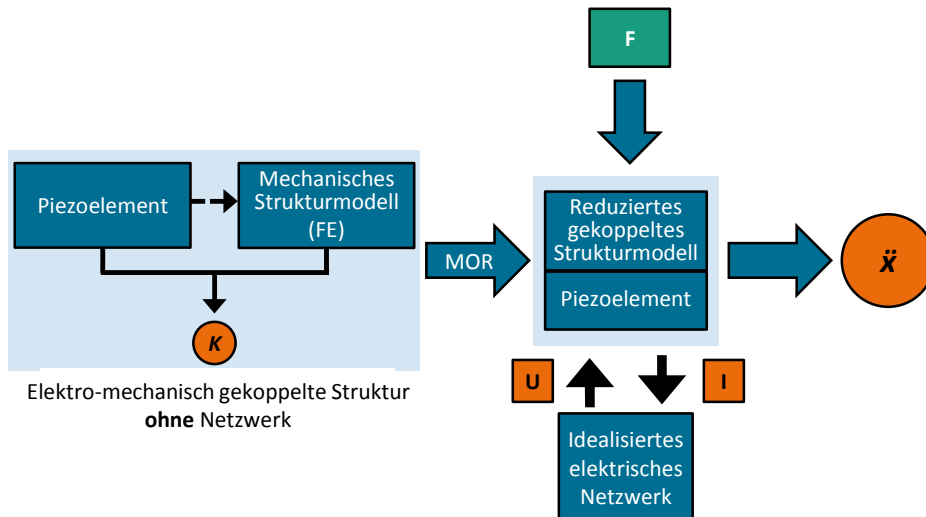


Abbildung 12: Darstellung der numerischen Modellierung nach Neubauer

Wie in Abschnitt 2.1 erwähnt, lassen sich lineare Netzwerke mathematisch prinzipiell im Frequenzbereich handhaben. Jedoch sind die wenigsten Netzwerke in ihrer realen Ausführung tatsächlich stets linear. So werden zumeist die benötigten virtuellen Induktivitäten über einfache OP-Schaltungen, wie bspw. in [85] von Antoniou dargestellt, umgesetzt. Diese konkrete Schal-

tung verhält sich tatsächlich auch in weiten Bereichen linear. Bei höheren konstanten oder auch impulsartigen Schwingungspegeln fallen allerdings hohe Spannungen an den OP an und können somit in den Sättigungsbereich geraten. Aufgrund dieses nichtlinearen Verhaltens gestaltet sich die analytische Beschreibung aufwändig. Weiterhin sind die Spannungspegel abhängig von den elektrischen Bauteilparametern der jeweiligen Schaltung und bleiben somit in den analytischen Modellansätzen unberücksichtigt. Es fehlt also zumeist die Kenntnis über elektrische Größen innerhalb des Netzwerkes. Beck verwendet in [97] Schaltungssimulationssoftware zur Ableitung von Leistungsgrößen von RLC-shunts. Allerdings werden diese von der mechanischen Struktur weitgehend unabhängig betrachtet. Kurch stellt in [98] eine Möglichkeit vor, wie mittels Modellordnungsreduktionsverfahren ein FE-Modell einer Struktur numerisch handhabbar für Zeitbereichssimulationen werden kann. Auf die Erweiterung der Integration einer Schaltungssimulation wird jedoch nur randständig eingegangen.

Anhand des kurzen Umrisses unterschiedlicher Modellierungsmethoden lässt sich erkennen, wie umfangreich die bereits geleisteten Forschungsarbeiten zum Thema piezoelektrischer Netzwerke sind. Während einige nur einfache Strukturen beschreiben, sind andere Ansätze durchaus dazu geeignet, komplexe technische Systeme zu beschreiben. Aus der Heterogenität der Ansätze ist ersichtlich, dass zwar der akademische Diskurs sehr weit fortgeschritten ist, sich scheinbar jedoch kein konkretes Modell in einer Form etabliert hat, dass es als Stand der Technik angesehen wird und für die Systementwicklung kommerzieller Produkte Anwendung findet.

### 2.6 Bisherige Anwendungsgebiete

Bereits Forward stellte in [1] eine Vermutung auf, warum die Einführung des *shunt dampings* in technischen Anwendungen schwierig sein könnte. Er betrachtete hohe Schwingungspegel und damit große Energien als kritisch. Deshalb schlug er die Anwendung für optische Strukturen vor, bei denen bereits sehr geringe Schwingungspegel zur Verminderung der Leistungsfähigkeit führen können.

Anfang der 1990er-Jahre wurde das Thema erstmals wieder vom Massachusetts Institute of Technology aufgegriffen [18, 99] und zusammen mit der NASA für die Anwendung im Raumfahrtbereich [99, 100] zum Einsatz in aktiven Streben geprüft. Die Anwendung an Tragwerksstrukturen wurde seitens der Forschung u.a. in [37, 88, 101, 102] später weiterverfolgt. Ob jedoch aktive Streben tatsächlich in der Raumfahrt eingesetzt wurden ist dem Autor nicht bekannt.

Ein weiteres akademisch verfolgtes Anwendungsgebiet beschäftigt sich mit der akustischen Dämpfung von Plattenstrukturen mittels piezoelektrischer Netzwerke. Selten handelt es sich dabei jedoch um reale technische Strukturen, sondern i.d.R. um akademische Versuchsaufbauten [53, 69, 70, 74, 103–105] und vereinzelt realitätsnahe Schalenstrukturen [106].

Darüber hinaus liegen weitere Forschungen vor, die piezoelektrische Netzwerke mit dem Ziel der Strukturdämpfung für akustische oder generell schwingungstechnische Anwendungen verfolgen

## 2. Forschungsstand, Potential und technische Verbreitung

und dabei nahe an einer konkreten Anwendung liegen. Hierzu zählen bspw. die Beeinflussung von KFZ-Bremsenquietschen und von Turbinenschaufeln in [38], von rotieren rotierenden Sägeblättern in [96] oder von KFZ-Dreieckslenkern [94, 107].

Kommerziell erhältliche Produkte, die auf dem Prinzip aufbauen, lassen sich nur äußerst wenige finden. Dies sind v.a. Entwicklungen für den Sportsektor, wie bspw. für Tennisschläger, Skier und Snowboards. Die Patente zu den Entwicklungen [6, 10] lassen darauf schließen, dass relativ fortgeschrittene Schaltungen dafür entwickelt wurden, die teilweise auf resonanten Schaltkreisen basieren und zum Teil schaltende Verstärker integrieren. Abbildung 13 zeigt links zwei schematische Funktionsdarstellungen der zum Patent angemeldeten Funktionen sowie auf der rechten Seite Darstellungen der kommerziell verfügbaren Produkte.

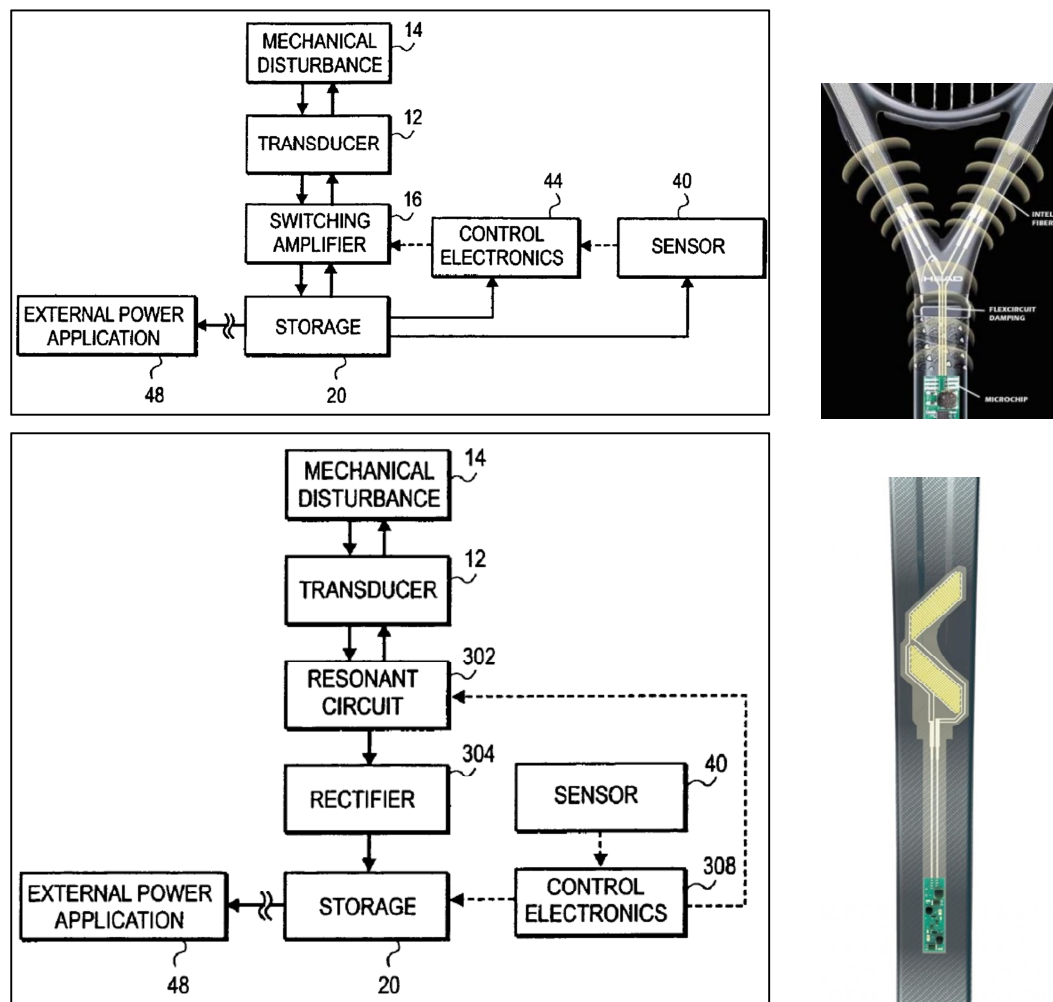


Abbildung 13: Anwendung piezoelektrischer Netzwerke an Skiern und Tennisschlägern der Firma HEAD;  
Quelle: [4–6, 10]

Mittlerweile scheint die Entwicklung jedoch nicht weiter verfolgt zu werden, da die Produkte in der aktuellen Produktpalette nicht mehr aufgeführt werden. In der Patentschrift ist zwar detail-

liert die Funktion beschrieben, jedoch sind keine konkreten Leistungsnachweise hinsichtlich der erreichten Verbesserungen angegeben.

Neben der Anwendung zur Dämpfung gibt es einige wenige Veröffentlichungen, die piezoelektrische Netzwerke zur Verstimmung mechanischer Systeme nutzen, wie bspw. [30, 108, 109].

Die Darstellung der Anwendungen stellt natürlich keinen vollständigen Überblick dar, jedoch lässt sich aus den Themenfeldern erkennen, dass meist die reinen Dämpfungseigenschaften im Fokus der Entwicklung stehen. Darüber hinaus scheint ein generelles Interesse seitens der Industrie vorhanden zu sein, da gezielt einige technische Anwendungen aus den Bereichen der Automobilentwicklung, des Flugzeugbaus und des Werkzeugmaschinenbaus verfolgt wurden. Warum gibt es also neben dem Markt für Sportartikel keine bekannten technischen Umsetzungen? Sind die Methoden evtl. ungeeignet um den technischen Anforderungen gerecht zu werden? Sicherlich stellt die Tatsache, dass derzeit die leistungsfähigsten Werkstoffe bleihaltig sind ein großes Hindernis dar. Gleichzeitig bleibt aber unklar, ob es weitere Grenzen oder Problemstellen gibt, die bisher nicht gelöst sind oder Entwicklern der Industrie nicht offenkundig sind, da in wissenschaftlichen Veröffentlichungen wenig auf die konkrete technische Anwendbarkeit der unüberschaubaren Menge an speziellen Techniken eingegangen wird.

### 3. Abschätzung der Leistungsfähigkeit piezoelektrischer Netzwerke im Vergleich zu passiven und aktiven Systemen

Um mögliche Ursachen für die gegenwärtig wenigen technischen Umsetzungen zu eruieren, sollen im Nachfolgenden zwei wichtige Kriterien, welche oft in der Literatur als größte Vorteile der Methoden gegenüber aktiven oder passiven Methoden gesehen werden, knapp beleuchtet werden. Dies sind zum einen das mögliche Leichtbaupotential und zum anderen der Energieaufwand beim klassischen *shunt damping*.

#### 3.1 Massebetrachtung

Bereits in [18] gehen die Autoren bei ihrer Beschreibung des Systemverhaltens zum RL-shunt auf die Parallelen zwischen klassischen mechanischen Tilgern und dem resonanten piezoelektrischen Netzwerk ein. In [99] evaluieren dieselben Autoren das Potenzial dieser Technik zur Anwendung in Strukturen der Raumfahrt. Dies war motiviert von der Anforderung in diesem hochanspruchsvollen Bereich mit wenig zusätzlichen Massen die Strukturdämpfung zu erhöhen. Obwohl der Tilgungseffekt bei einem ungedämpften Tilger prinzipiell massenunabhängig ist, ist der Faktor Masse für den Einsatz in technischen Anwendungen relevant, da normalerweise stets gedämpfte Tilger zum Einsatz kommen. Dies ist notwendig, da ein ungedämpfter Tilger sich zwar eignet einer monofrequenten Strukturanregung an einer bestimmten Frequenz effektiv entgegenzuwirken, da die mechanische Impedanz des Tilgers an der Tilgungsfrequenz eine unendlich große Impedanz aufweist, jedoch entstehen durch den Einsatz eines Tilgers in diesem Fall zwei Polstellen mit einer Impedanz von Null. Um deren Anregung unter realen Bedingungen, was bspw. bei einer zusätzlichen impulsförmigen Anregung der Fall wäre, zu verhindern wird ein Tilger stets in gedämpfter Form ausgeführt. In diesem Fall bestimmt die Größe der Masse die Lage, d.h. den Frequenzunterschied, der beiden entstandenen Polstellen. Je größer die Masse, desto größer der Frequenzunterschied und desto höher die Amplitudenreduktion des optimal gedämpften Tilgers, wie in [87] beschrieben.

Hinsichtlich des Verhaltens des RL-shunts treffen exakt die gleichen Überlegungen zu. In Abbildung 3 wird der Einfluss des generalisierten elektromechanischen Kopplungsfaktors  $K$  auf die dynamische Verstärkung eines Einmassenschwingers dargestellt. Dieser entspricht in der Analogie des Tilgers der schwingenden Masse des Tilgers. Theoretisch würde bereits ein sehr geringer generalisierter Kopplungsfaktor eine Tilgungsstelle wie ein ungedämpfter Tilger erzeugen können, jedoch lägen die beiden Polstellen in diesem Fall sehr nahe beieinander. Somit muss, genau wie beim mechanischen Tilger eine gewisse Masse, auch ein gewisser Kopplungsfaktor vorliegen, um eine technisch relevante Schwingungsreduktion zu erzeugen. In [110] leiten die Autoren einen Zusammenhang zwischen dem Massenverhältnis eines Tilgers und dem generalisierten Kopplungsfaktor hinsichtlich der Wirkung auf die dynamische Verstärkung her und kommen zu dem Schluss, dass die Leistungsfähigkeit zur Strukturdämpfung in etwa identisch ist, wenn das Quadrat des Kopplungsfaktors  $K$  dem Massenverhältnis des Tilgers entspricht.

### 3. Abschätzung der Leistungsfähigkeit piezoelektrischer Netzwerke im Vergleich zu passiven und aktiven Systemen

Eine Antwort auf die Frage nach dem möglichen Einsparpotenzial hinsichtlich zusätzlich benötigter Massen zum Erreichen einer vergleichbaren Schwingungsreduktion ist hiermit jedoch noch nicht gegeben, da bei dieser theoretischen Betrachtung nicht auf die Masse des piezoelektrischen Wandlers oder evtl. notwendige Elektronikkomponenten eingegangen wird, welche zur Erreichung eines bestimmten Kopplungsfaktors  $K$  benötigt werden. Deshalb ist Götz in [111] dieser Frage für einen konkreten Anwendungsfall nachgegangen. Um den Einsatz eines piezoelektrischen Netzwerks als schwingungsreduzierende Maßnahme an einem PKW-Motorhilfsrahmen zu prüfen, betrachtet der Autor einen beidseitig fest eingespannten Balken und evaluiert den erreichbaren Kopplungsfaktor  $K$  bei einer bestimmten Masse des piezoelektrischen Materials, die dafür zusätzlich am Balken aufgebracht werden muss. Der hierfür verwendete Versuchsaufbau ist in Abbildung 14 dargestellt.

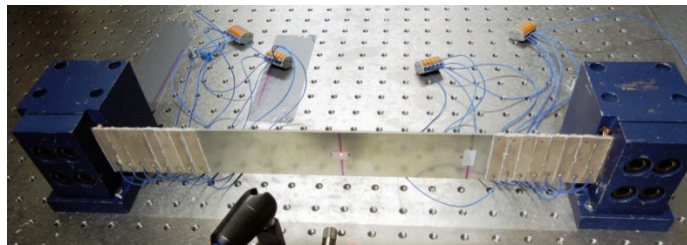


Abbildung 14: Versuchsaufbau des beidseitig eingespannten Balkens mit Piezos;  
Quelle: [111, 112]

Für diesen konkreten Fall wird in [112] der Einfluss auf die relative dynamische Verstärkung eruiert, d.h., es wird die maximale Beschleunigungsamplitude in der Balkenmitte bezogen auf die maximale Beschleunigungsamplitude ohne Tilger oder RL-shunt, der ersten Biegemode des Balkens bei optimaler Dämpfung bestimmt und für verschiedene Massenverhältnisse  $\mu$  dargestellt. Hierzu verwendete Götz gekoppelte FE-Modelle mit variablen Piezogeometrien zur Bestimmung der jeweiligen Kopplungsfaktoren  $K$ . Diesen Faktoren waren die Eingangsdaten einer analytischen Beschreibung zur Berechnung der relativen dynamischen Verstärkung nach [110]. Abbildung 15 zeigt die Ergebnisse dieses Vergleichs.

Reale technische Umsetzungen für Tilger haben ein Masseverhältnis von etwa 5% bis 20% bezogen auf die Masse der Trägerstruktur. Anhand der gezeigten Verläufe ist erkennbar, dass der RL-shunt für alle relevanten Massenverhältnisse in diesem Bereich dem klassischen mechanischen Tilger hinsichtlich der erreichbaren Schwingungsreduktion bei gleicher Masse unterlegen ist. Erst bei sehr großen Masseverhältnissen nähern sich beide Verläufe einander an. Eine theoretische Überschneidung und damit eine Äquivalenz wird erst bei unrealistisch hohen Werten für  $\mu$  erreicht.



### 3. Abschätzung der Leistungsfähigkeit piezoelektrischer Netzwerke im Vergleich zu passiven und aktiven Systemen

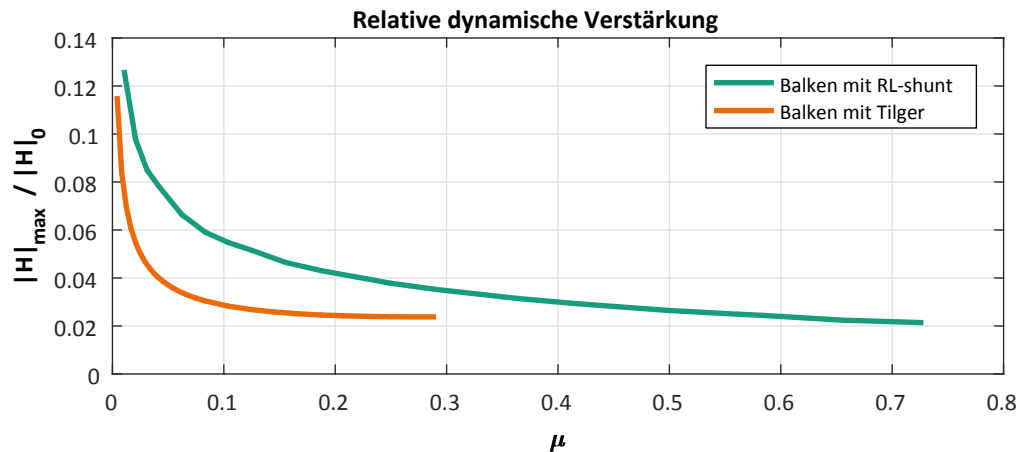


Abbildung 15: Berechnete relative dynamische Verstärkung in Balkenmitte

Diese einfache Betrachtung zeigt somit bereits eine Schwachstelle der Technik des RL-shunts auf, die evtl. eine technische Einführung verhinderte. Hinzu kommt, dass mit dem beidseitig fest eingespannten Balken ein System vorliegt, welches hinsichtlich der erreichbaren Kopplungsfaktoren noch recht positiv zu werten ist, da die Dehnungsenergien an der Einspannung relativ groß sind. Jede zusätzliche Nachgiebigkeit im Bereich der Einspannung würde zu einer noch schlechteren Leistungsbilanz führen, wie in [112] ebenfalls gezeigt werden konnte.

Geht man weiterhin davon aus, dass technische Komponenten seltener als Balkenstrukturen umgesetzt, hingegen häufig über steifere Hohlprofile realisiert werden, wie es z.B. bei Motorhilfsrahmen gegenwärtiger Bauformen der Fall ist, ist u.U. nochmals mit schlechterer Performanz zu rechnen. Zwar lässt sich nicht ohne Weiteres ein Balken mit einer profilierten Struktur gleichen Materials und identischer Masse vergleichen, ohne bestimmte Rahmenbedingungen hierfür anzusetzen, aber eine erste grobe Einschätzung dieses Faktors ermöglicht der nachfolgende Vergleich. Auf Basis von FE-Simulationen wurden wiederum in Optimierungsberechnungen für verschiedene Profile die jeweiligen optimalen Piezogeometrien für bestimmte Massenverhältnisse bestimmt und nachfolgend die dazugehörigen Kopplungsfaktoren ermittelt. Stellt man die erreichbaren Kopplungsfaktoren für ein Balkenvollprofil, wie in obiger Studie, denen eines beidseitig eingespannten Hohlprofils gleicher Länge gegenüber, ergeben sich die Verläufe in Abbildung 16. Zwar liegt die Eigenfrequenz des Hohlprofils bei höheren Frequenzen als die des Vollprofils, wodurch der Vergleich Faktoren wie statische Tragkraft und absolute Beschleunigungspegel vernachlässigt. Es wird jedoch ersichtlich, dass der Kopplungsfaktor für die beiden Hohlprofile unterhalb der erreichbaren des Balkenprofils liegt, was dementsprechend nach [110] auch eine schlechtere Eignung von piezoelektrischen Netzwerken zur Schwingungsbeeinflussung bedeuten würde. Diesem Aspekt müsste aber im konkreten Anwendungsfall detaillierter nachgegangen werden.

### 3. Abschätzung der Leistungsfähigkeit piezoelektrischer Netzwerke im Vergleich zu passiven und aktiven Systemen

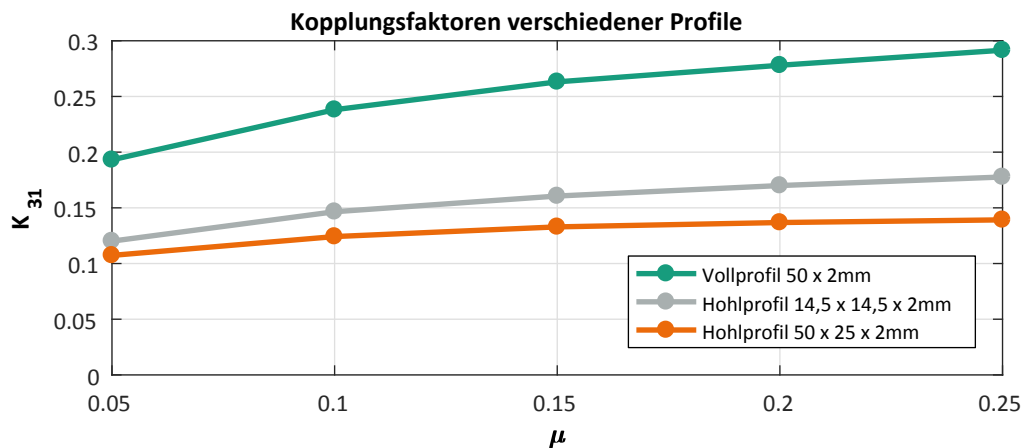


Abbildung 16: Maximal berechnete Kopplungsfaktoren verschiedener Profilgeometrien mit gleichem Massenverhältnis  $\mu$

Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass eine Anwendung des klassischen RL-shunts als schwingungsreduzierendes Mittel bei Leichtbauanwendungen als Zusatzmaßnahme für eine bereits bestehende Geometrie eher kritisch zu betrachten ist. Hinzu kommt, dass bei dieser Betrachtung die zusätzliche Masse der elektrischen Komponenten vernachlässigt wurde. Zwar können die Netzwerke relativ kompakt umgesetzt werden, sollten jedoch für die Spannungsversorgung der OP zusätzliche Spannungswandler oder -quellen notwendig sein, würden diese die Massenbilanz weiter verschlechtern.

Hingegen bieten komplexere Schaltungen, wie bspw. die Erweiterung des RL-shunts um eine negative Kapazität (RLC<sup>-</sup>-shunt) die Möglichkeit aktiv den Kopplungsfaktor  $K$  zu vergrößern. Demnach ist die strenge Bindung zwischen der Geometrie und den Steifigkeitseigenschaften der Trägerstruktur und deren der Piezoelemente in einem gewissen Maße aufgehoben, da durch eine externe elektrische Energiequelle aktiv elektrishe Ladung in das System eingebracht wird. Einen Vergleich der erreichbaren Schwingungsreduktion am beidseitig eingespannten Balken bei gleichem Massenverhältnis der untersuchten Maßnahmen, zeigt Abbildung 17 unter Anwendung des RL-shunts, des Tilgers und des RLC<sup>-</sup>-shunts.

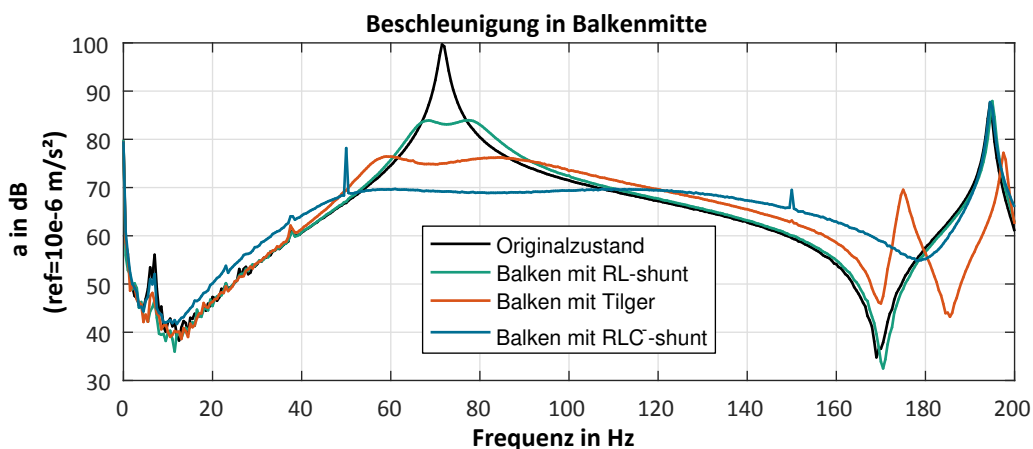


Abbildung 17: Schwingungsreduktion unterschiedlicher Techniken gleichen Massenverhältnisses

### 3. Abschätzung der Leistungsfähigkeit piezoelektrischer Netzwerke im Vergleich zu passiven und aktiven Systemen

Die oben dargestellten Betrachtungen gehen bisher von der Applikation zusätzlicher Piezoelemente auf einer bereits bestehenden Struktur aus. Deshalb gilt die Betrachtung nicht für den Fall, dass die Piezowandler als lasttragende Elemente in der Struktur integriert sind und sich somit die Möglichkeit bietet passives Material (und damit Masse) im Gegenzug einzusparen. Dieser Aspekt wird in [113] untersucht. Allerdings vergleicht der Autor aktive Netzwerke mit mechanischen Tilgern, weshalb die Frage der zusätzlichen Massen mit einem RL-shunt noch nicht abschließend geklärt ist. Der Autor bestätigt in der Untersuchung den Massenvorteil der aktiven Netzwerke gegenüber dem passiven Tilger.

Da die aktiven piezoelektrischen Netzwerke also hinsichtlich ihrer Massebilanz größeres Potenzial haben, einen Weg in die technische Anwendung zu finden, wird der Blick im nächsten Schritt auf diese gerichtet und ein knapper Überblick über die Energieflüsse gegenüber aktiven Systemen dargestellt.

#### 3.2 Energiebetrachtung

Beim klassischen RL-shunt mit einer passiven Spule fließt keinerlei Energie aus externen Quellen in das System, d.h. die Energie welche zu einer Schwingungsreduktion führt stammt aus dem mechanischen System selbst und wird über den piezoelektrischen Effekt in elektrische Energie gewandelt, im piezoelektrischen Netzwerk gespeichert und wieder ans mechanische System über den inversen piezoelektrischen Effekt zurückgeführt. Deshalb ist auch der generalisierte elektromechanische Kopplungsfaktor  $K$ , der den Energietransfer zwischen mechanischem und elektrischem System beschreibt, beim RL-shunt der einzige freie Optimierungsparameter, um die Leistungsfähigkeit zu beeinflussen. Auf der anderen Seite wird dieses Netzwerk meist durch eine Gyrationsschaltung realisiert, die über OP aufgebaut sind. Damit kommt ein Energiefluss hinzu, welcher sich aus Sicht einer Energiebetrachtung folgendermaßen interpretieren lässt: Über eine externe Energiequelle fließt elektrische Energie in das Netzwerk, welche benötigt wird, um das physikalische Magnetfeld einer Spule unter Strom zu synthetisieren. Diese Energie fließt also selbst nicht ins mechanische System, sondern dient lediglich der Erzeugung eines Feldes mit den Eigenschaften eines Magnetfeldes. Je nach konkreter Parametrierung der Gyrationsschaltung ist die Erzeugung des Feldes mit Verlusten behaftet, wie in Unterabschnitt 2.5.1.2 beispielhaft anhand der Eckfrequenz dargestellt wurde.

Diese Darstellung gilt zumindest für den vielverwendeten Gyration nach [85] in idealisierter Form, kann aber bei anderen Schaltungen unter Umständen abweichen. So können bspw. Phasenkompensationsmaßnahmen für reale OP, wie zusätzliche Kondensatoren, zu einer Phasenverschiebung führen, was sich als negativer Widerstand auswirken kann. Dadurch wird wiederum Energie aus der OP-Versorgung in den Schwingkreis geleitet, was eine aktiv wirksame Kraft auf die Struktur zur Folge hat.

Ein ähnliches Verhalten lässt sich generell für eine Schaltung mit negativer Kapazität feststellen. Diese verhält sich entgegen einem realen passiven Kondensator, welcher sich beim Anlegen

### 3. Abschätzung der Leistungsfähigkeit piezoelektrischer Netzwerke im Vergleich zu passiven und aktiven Systemen

einer elektrischen Spannung auflädt, so dass Ladung abgegeben wird. Die negative Kapazität ‚entlädt‘ sich also, wodurch ein zusätzlicher Strom fließt. Da diese zusätzliche Ladungsquelle wiederum den Piezowandler auflädt, führt dies aktiv zu einer Krafteinleitung über den inversen piezoelektrischen Effekt. Somit ist entgegen der Definition von [88] und entsprechend der Überlegungen von Behrens in [114] eine negative Kapazität stets aktiv und der  $C^-$ - sowie der  $LC^-$ -shunt sind nach der in Abschnitt 2.4 gegebenen Definition als aktive piezoelektrische Netzwerke zu kategorisieren. Im Falle des  $RC^-$ - und des  $RLC^-$ -shunts kann die Kombination mit einem Widerstand allerdings dazu führen, dass diese Ladungen vollständig dissipieren. Dies entspräche aber keiner effizienten Auslegung mehr und wäre somit als trivialer Sonderfall zu werten. (Auf das konkrete Verhalten diesbezüglich sei auf Abschnitt 6.1 und 6.3 hingewiesen.)

Abbildung 18 zeigt schematisch die prinzipiellen Energieflüsse für Netzwerke mit Gyrator-schaltung und zusätzlicher negativer Kapazität. Während die Energie des passiven  $RL$ -shunts von der mechanischen Energie der Struktur bereitgestellt wird und über den Gyrator zurückgeführt wird, fließt die Energie, welche der negativen Kapazität zugeführt wird ebenfalls in Form elektrischer Ströme zum Piezowandler und wird dort in mechanische Energie gewandelt. Der Gyrator benötigt zur Aufrechterhaltung der induktiven Eigenschaften des Kreises eine Energieversorgung, über die Spannungsversorgung der OP. Die Energieverluste durch einen möglichen Innenwiderstand des Gyrtors und des Spannungswandlers verschlechtern die Energiebilanz des semi-passiven  $RL$ -shunts. Mit steigendem Verhältnis des Energieflusses durch die negative Kapazität bezogen auf den ‚geernteten‘ Energiefluss durch den semi-passiven  $RL$ -shunt und verliert der elektromechanische Kopplungsfaktor  $K$  an Bedeutung für die schwingungsmindernde Maßnahme. Das System nähert sich einem vollständig aktiven System an.

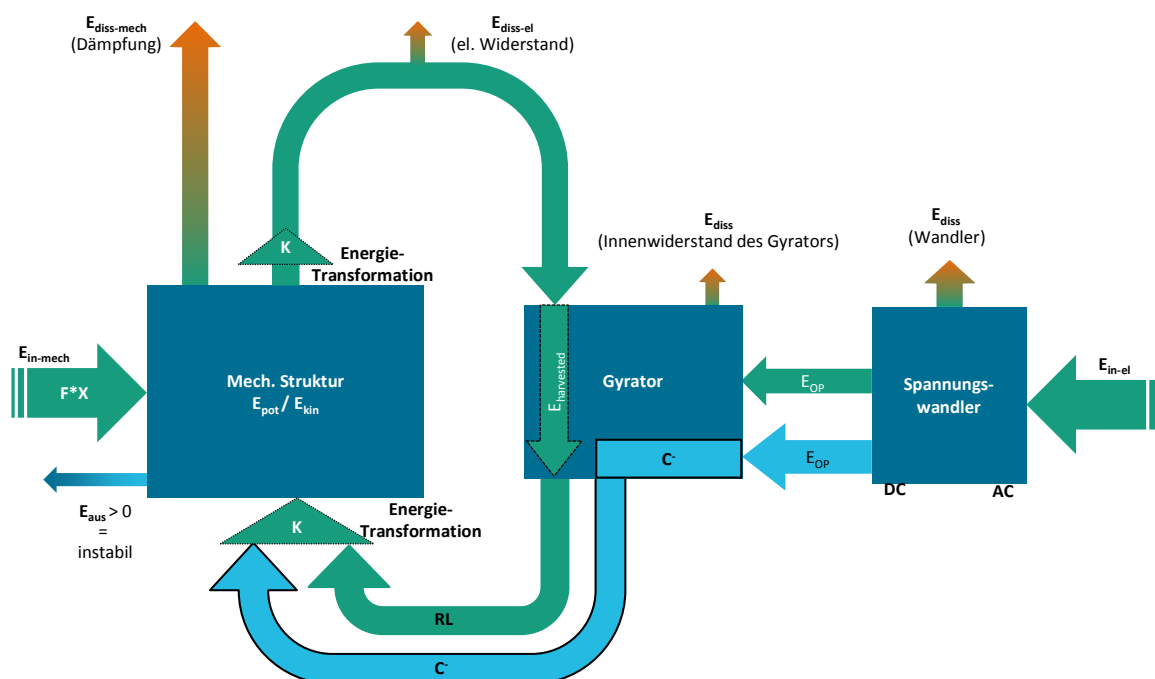


Abbildung 18: Schematische Darstellung des Energieflusses eines gekoppelten Systems mit piezoelektrischem Netzwerk

### 3. Abschätzung der Leistungsfähigkeit piezoelektrischer Netzwerke im Vergleich zu passiven und aktiven Systemen

Die negative Kapazität stellt sich als aktive Ladungsquelle dar, die eine Systemauslegung damit zumindest teilweise unabhängig vom Kopplungsfaktor  $K$  macht. Aufgrund des aktiven Charakters müssen allerdings Stabilitätskriterien, wie in Abschnitt 6.1 aufgeführt, bei der Auslegung beachtet werden.

Mit dem Übergang zu aktiven piezoelektrischen Netzwerken entfallen die anfangs von Forward [1] dargestellten Vorteile einer energieautarken Funktionsweise und es stellt sich zwangsläufig die Frage nach den verbleibenden Vorteilen gegenüber einer rein aktiven Umsetzung eines geregelten Systems. Bei aktiven Systemen muss zwar die gesamte Energie extern zugeführt werden, wenn jedoch der Anteil der Energiezufuhr über die negative Kapazität, verglichen mit der umgewandelten Energie aus dem piezoelektrischen Effekt, hoch ist, fiel diese Energiegewinnung zum einen recht gering aus und zum anderen wäre diese zumindest teilweise auch im Falle eines aktiven Systems mit schaltendem Verstärker mit Energierückgewinnung nutzbar. Aus energetischer Sicht bleibt demnach die Frage bislang ungeklärt, ob einem piezoelektrischen Netzwerk überhaupt weniger externe Energie zugeführt werden muss, als einem aktiven System mit vergleichbarer Leistungsfähigkeit, zumal energieeffiziente Netzwerkkonzepte, wie von Mokry in [35, 115] beschrieben, mit vergleichbaren Verstärkerkonfigurationen wie bei aktiven Systemen umgesetzt werden. Dieser Frage wird anhand eines Experiments in Abschnitt 6.3 nachgegangen.

#### **3.3 Funktionsintegrierter Einsatz zur Erweiterung klassischer Elemente der Strukturdynamik**

Geht man davon aus, dass der klassische RL-shunt aufgrund seiner Massebilanz im Vergleich zum mechanischen Tilger keine Vorteile hinsichtlich der Leistungsfähigkeit zur Schwingungsreduktion bietet, bleibt als Vorzug einzig die Variabilität des piezoelektrischen Netzwerkes. Die elektrische Tilgungsfrequenz kann über spannungsgesteuerte Widerstandselemente, wie Optokoppler oder J-FETs, weitaus einfacher und schneller verstellt werden als ein mechanischer Tilger, bei dem bspw. Stellmotoren die Aufgabe des Verstimmens übernehmen. Der mechanische Tilger hat demgegenüber den großen Vorteil, dass seine Positionierung auf der Trägerstruktur einfacher handhabbar ist, da keine komplexen Kenntnisse über Dehnungsenergien vorhanden sein müssen, um die Funktion zu gewährleisten.

Der RLC-shunt bietet aufgrund seines aktiven Charakters Performanzvorteile gegenüber dem mechanischen Tilger. Gerade wenn man die Wandler nicht als zusätzliche Elemente auf einer bereits vorhandenen Struktur aufbringt, sondern bereits im Designprozess als lasttragende Elemente mit einbezieht, prognostiziert Salloum in [116] Gewichtsvorteile und bessere Schwingungsreduktion verglichen mit einem Tilger. Allerdings ist die robuste Auslegung weitaus komplexer als die des Tilgers, da das Systemverhalten bei falscher Parameterwahl instabil werden kann [37]. Der Aspekt der Stabilität einer Schaltung mit negativer Kapazität wird in Abschnitt 6.1 näher betrachtet.

### 3. Abschätzung der Leistungsfähigkeit piezoelektrischer Netzwerke im Vergleich zu passiven und aktiven Systemen

Bereits in [117, 118] wurde deshalb eine Kombination aus mechanischem Tilger und einem piezoelektrischen Netzwerk vorgeschlagen, das die passiven Eigenschaften des Tilgers beibehält, jedoch eine funktionale Erweiterung darstellt, da der Tilger seine Eigenschaften wie Dämpfung und Eigenfrequenz verändern kann. Aufgrund des relativ simplen Aufbaus eines solchen Tilgers und der, verglichen mit komplexen flächigen Strukturen, geringen Modendichte, ist auch die Auslegung eines gekoppelten Systems mit Piezowandlern beherrschbar, wie in Abschnitt 7.2. gezeigt werden kann.

Im Laufe der vorliegenden Arbeit wird dieser Anwendungsfall durchweg als Beispielstruktur herangezogen. Anhand dieses Systems mit überschaubarer Komplexität wird die Modellierungsmethodik dargestellt, wichtige Designparameter diskutiert und schließlich auf die technischen Aspekte zur Auslegung eines Systems mit piezoelektrischem Netzwerk eingegangen. Aufbauend auf einer Konzeptstudie zur Anwendbarkeit eines solchen Tilgers wird abschließend ein anwendungsnaher finaler Entwurf vorgestellt und dessen Eigenschaften geprüft.

#### 4. Entwicklung einer Entwurfs- und Modellierungsmethodik

Für eine zuverlässige Auslegung eines strukturdynamischen Systems samt piezoelektrischem Netzwerk müssen dem Konstrukteur Werkzeuge zur Verfügung stehen, die das rein mechanische Verhalten beschreiben, die bidirektionale Energiewandlung zwischen Mechanik und Elektrik abbilden, sowie das Verhalten der elektrischen Schaltungen darstellen können. Wie bereits in Abschnitt 2.5 dargestellt, existieren zahlreiche Methoden unterschiedlichster Herangehensweise, welche sich prinzipiell für eine Systemauslegung eignen. Jedoch sind die Methoden teilweise in ihrer Übertragbarkeit auf komplexere Systeme großteils eingeschränkt, da unter Umständen keine analytischen Modelle für die Trägerstruktur vorhanden sind. Demnach sind für allgemeine Anwendungen Methoden zu bevorzugen, welche bspw. auf FE-Modellen basieren und geeignet sind nahezu beliebige Strukturmodelle abzubilden. Die Erstellung dieser Modelle im Entwicklungsprozess mechatronischer Systeme ist weit verbreitet und kann als Stand der Technik angesehen werden.

Hinsichtlich der Weiterverwendung von FE-Modellen für eine gekoppelte Modellierung mit einem piezoelektrischen Netzwerk muss man zwischen zwei Formen der Integration der piezoelektrischen Wandler unterscheiden: Zum einen können diese als diskrete Kraftübertragungselemente im Kraftfluss zwischen Teilstrukturen wirken, zum anderen als in der Struktur integrierte oder auf der Struktur applizierte Wandler. Im ersten Fall können dies kommerziell erhältliche Aktorsysteme samt Einhausung der Piezoelemente sein [119, 120] oder auch nur der Wandler selbst. Meist handelt es sich dabei um mehrschichtige Aktoren (als Stack Aktoren oder Multilayer Aktoren bezeichnet). Die Einbindung dieser Elemente in eine Gesamtsystemsimulation kann nach den bekannten Methoden für mechatronische Systeme erfolgen [121–124], so dass in gewissem Maße eine getrennte Behandlung der Teilmodelle der Bauteilgruppen möglich ist. Der Wandler wirkt als Übertragungsglied von Kräften zwischen den Teilsystemen und die Beschreibung der Gesamtsystemdynamik kann so bspw. über eine Mehrkörpersimulation dargestellt werden, welche unter anderem auf reduzierte FE-Modelle zurückgehen kann.

Im zweiten Fall kommen meist piezoelektrische Biegewandler zum Einsatz, welche nicht zwischen diskreten Stellen wirken, sondern flächig mit der Trägerstruktur verbunden sind und, je nach der Art der Anwendung, entweder Kräfte oder auch Momente einbringen. Durch ihre lasttragenden Eigenschaften muss in diesem Fall die Trägerstruktur samt Wandlerelement modelliert werden. Gerade hierfür bietet die FE-Methode große Vorteile, da die piezoelektrischen Elemente direkt im Strukturmodell mitberücksichtigt werden können. Die analytische Beschreibung einer solchen Integration ist allerdings nur für einfache Strukturen, wie Balken und Platten, möglich. Eine Behandlung mittels eines Mehrkörpersimulationsmodells ist nur eingeschränkt handhabbar, da die flächige Kraft- oder Momentenübertragung mit einbezogen werden muss. Jedoch kann bei modularer Betrachtungsweise mit Kenngrößen, wie dem generalisierten elektromechanischen Kopplungsfaktor, das Systemverhalten korrekt beschrieben werden, da dieser die übertragenen Ener-

gien beinhaltet. Diese Größen können oft wiederum nur messtechnisch an einem bereits bestehenden Prototyp oder anhand von FE-Simulationen bestimmt oder geschätzt werden.

Für den Entwurf des elektrischen Teilsystems, des *shunts*, stehen eine Reihe elektrotechnischer Methoden und Entwicklungswerkzeuge zur Verfügung. Auch hierfür existieren analytische Modelle zur Beschreibung meist idealer, d.h. unter Vernachlässigung bauteilspezifischer Eigenschaften, Schaltungen. Eine weit verbreitete Simulationssprache zur detaillierten Simulation von Schaltungen für real verfügbare Bauteile ist *Spice* [125, 126], welche in kommerziellen und frei zugänglichen Varianten implementiert ist. Sie bietet dem Anwender eine breite Palette an Modellen für elektrische Komponenten unterschiedlichster Detailgenauigkeit, vom einfachen idealisierten Modell bis hin zu präzisen Modellen, welche von Herstellern zur Verfügung gestellt werden und bspw. parasitäre Widerstände oder auch Nichtlinearitäten abdecken können. Die Möglichkeit einer kombinierten Simulation von Elektronik, Wandler und mechanischer Strukturen bietet *Spice* jedoch nicht. Da die Parametrierung der Schaltungen von den Parametern der elektromechanischen Kopplung und den mechanischen Lasten abhängig ist, liefern die Modelle einer reinen Schaltungssimulation allerdings nur bedingt aussagekräftige Daten hinsichtlich des Systemverhaltens oder der elektrischen und mechanischen Bauteilbeanspruchung. Hierzu existiert lediglich eine Reihe kommerzieller Zusatzmodule, die bspw. eine Co-Simulation mit *Matlab* ermöglichen oder in FE-Umgebungen integriert werden können.

Aus Sicht eines Gesamtsystementwurfs ist also ein Modellierungsansatz anzustreben, der möglichst die drei Aspekte Mechanik, elektromechanische Kopplung und Elektrotechnik gleichermaßen abdeckt. In Anbetracht dessen, dass es bisher noch (fast) keine realen Umsetzungen derartiger Systeme gibt, stellt sich die Frage, ob gerade der hohe Grad interdisziplinärer Vernetzung zwischen den Bereichen Regelungstechnik, Elektrotechnik und Maschinenbau, welcher für einen Systementwurf notwendig ist, sich für die Entwicklung technischer Produkte als hinderlich erweist. Geht man zudem davon aus, dass aussichtsreiche Anwendungsbereiche ggf. eher im Nischenbereich als im Massenmarkt zu finden sein könnten, könnte eine zu große Vielfalt an verschiedenen Entwicklungswerkzeugen kleinere Unternehmen mit limitierten finanziellen Mitteln für Softwareausgaben davon abhalten, Investitionen für Machbarkeitsstudien oder für sehr spezielle Lösungen zu tätigen, die für die Beherrschung eines (evtl. einzigen) Produktentwicklungsprozesses notwendig sind bzw. scheinen. Demzufolge wäre es sicherlich vorteilhaft, wenn der Lösungsansatz möglichst kostengünstige Software verwendet (open source) und die Methodik möglichst universell für verschiedene Techniken einsetzbar wäre.

Im nachfolgenden Abschnitt wird deshalb ein allgemeiner Entwicklungsablauf hergeleitet, dessen Umsetzung über verschiedene Werkzeuge möglich ist. Bei der weiteren Evaluierung des vorgeschlagenen Vorgehens, finden auch nicht kommerzielle Programme Anwendung.



### 4.1 Herleitung eines zielgerichteten Entwicklungsablaufs

Nach 38 Jahren Forschung auf dem Gebiet des *shunt dampings* sind die unterschiedlichen Techniken inzwischen teilweise komplex geworden. Deshalb ist es nachvollziehbar, dass die Zielstellungen wissenschaftlicher Abhandlungen größtenteils auf den spezifischen Eigenschaften der jeweils untersuchten oder vorgeschlagenen Methode selbst liegen. Typischerweise wird ausgehend von einer Balken- oder Plattenstruktur mit bereits applizierten Piezoelementen die Funktionsweise des piezoelektrischen Netzwerks erläutert und die Wirkung auf eine definierte Anregung evaluiert. Dieses Vorgehen mag jedoch den Entwicklungsingenieur, welcher gedenkt die Ergebnisse des Forschungsfeldes anwendungsorientiert auszuschöpfen und die Methoden in eine Systementwicklung einfließen zu lassen, dazu verleiten, eine ähnliche Vorgehensweise für eine Systemauslegung zu wählen.

Abbildung 19 veranschaulicht den Entwicklungsablauf dieses Vorgehens. Ausgehend von einer Trägerstruktur wird durch die Piezointegration ein gekoppeltes System erzeugt, dessen Eigenschaften sich hinsichtlich des Energietransfers über den generalisierten elektromechanischen Kopplungsfaktor ausdrücken lassen. Weitgehend unabhängig davon findet die Entwicklung des Netzwerkes statt. Die Fusion beider Elemente führt somit zu einem gekoppelten elektromechanischen Gesamtsystem. Die Eigenschaften und die Leistungsfähigkeit der spezifischen Netzwerktechnik werden anhand der Strukturantwort evaluiert, welche aufgrund einer externen Kraft angeregt wird. Anhand dieser wird die Eignung des Netzwerkes und ggf. deren Vorteile gegenüber anderen Schaltungen bewertet. Der Fokus der Auslegung liegt auf dem Vorgang der Netzwerkentwicklung und der Untersuchung des Einflusses auf das Gesamtsystem. Dies ist im Schaubild durch den blauen Pfad hervorgehoben dargestellt.

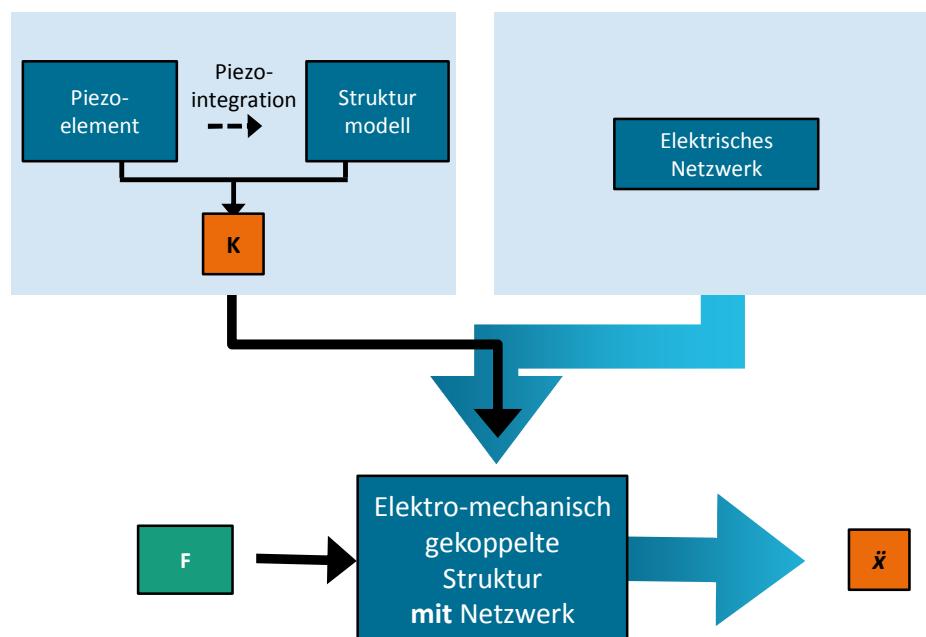


Abbildung 19: Lineare heuristische Systemauslegung eines piezoelektrischen Netzwerkes

Übertragen auf die Produkt- oder allgemein technische Systementwicklung, würde dieses Vorgehen dem entsprechen, dass ein bereits bestehendes Produkt oder dynamisches System, welches möglicherweise strukturdynamische Schwachstellen hinsichtlich des Dämpfungsverhaltens zeigt oder im Betrieb zu hohen Belastungen ausgesetzt ist, um piezoelektrische Aktoren erweitert wird. Daraufhin wird eine voraussichtlich bereits existierende Methode eines piezoelektrischen Netzwerks in Form eines Schaltkreises realisiert. Schließlich wird der Erfolg der Maßnahme unter realer Bauteilbelastung nach technischen Gesichtspunkten bewertet.

Dieses Vorgehen stellt jedoch keine zielführende Entwicklungsmethode für komplexe mechatronische oder adaptronische Systeme dar, da die leistungsbeeinflussenden Faktoren nur implizit miteinbezogen und nicht als explizite Zielgrößen formuliert sind. Die ggf. komplexen Wechselwirkungen der Teilsysteme werden zwar unter Umständen durch Teilmodelle korrekt beschrieben, jedoch wird selten deren Einfluss auf das Gesamtsystemverhalten diskutiert. Deshalb wird in dieser Arbeit ein alternativer Ansatz verfolgt, der verschiedene Optimierungsschleifen vorsieht und dem Typ einer dynamischen Optimierung entspricht (siehe Abbildung 20).

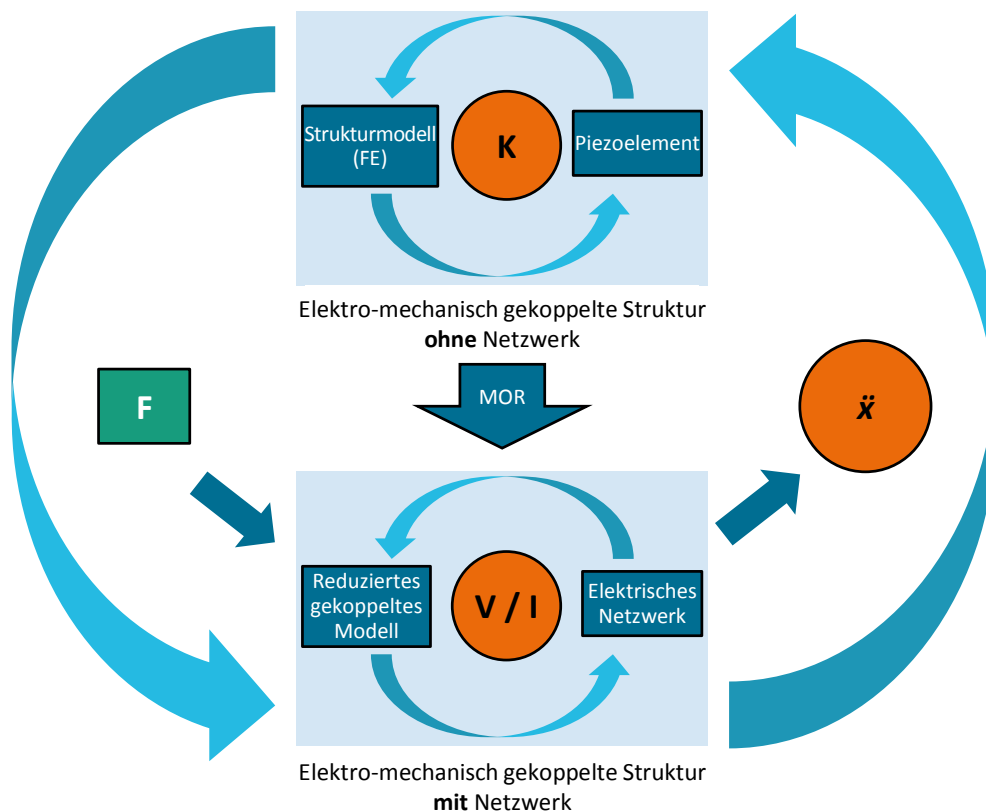


Abbildung 20: Systemauslegung eines piezoelektrischen Netzwerks durch dynamische Optimierung

Geht man davon aus, dass es das Ziel des vorliegenden Entwicklungsvorhabens ist, ein piezoelektrisches Netzwerk aufzubauen, das allgemein formuliert eine optimale (oder definierte) Strukturbeeinflussung einer Trägerstruktur ermöglicht, dabei möglichst wenig externe Energiezufuhr notwendig ist und der finanzielle Aufwand für die elektrische Schaltungskomponenten minimal ist, so lässt sich eine Gesamtlösung durch Lösen von Optimierungsrechnungen zu Teil-

problemen finden, die darauf abzielen systeminterne Eigenschaften (Größen) bei zu definierenden Randbedingungen zu maximieren oder in einem bestimmten Grenzbereich zu halten.

Die grundlegende Optimierungsschleife der 1. Stufe zielt darauf ab, den Energietransfer zwischen mechanischem und elektrischem System zu maximieren. Hierzu muss das Zusammenwirken aus Trägerstruktur und piezoelektrischen Wandlern optimiert werden. Als Optimierungsgröße kann der generalisierte elektromechanische Kopplungsfaktor herangezogen werden. Geht man davon aus, dass das Ausgangssystem bereits optimal zur Erfüllung seiner Eigenschaft konstruiert ist (mit Ausnahme der zu optimierenden Eigenschaft) entspricht die optimale Lösung der 1. Stufe niemals der Ausgangsstruktur, denn sonst wäre die Struktur anfangs überdimensioniert und nicht optimal konstruiert.

Die 2. Stufe der Optimierung zielt auf die elektrischen Leistungsgrößen innerhalb eines elektrischen Netzwerks eines gekoppelten elektromechanischen Systems ab. Diese gilt es innerhalb gewisser Grenzen zu halten, so dass die Funktionalität des Netzwerks gewährleistet und zugleich ausreichend leistungsfähig für die strukturbeeinflussende Maßnahme ist. Dies kann über die Optimierung von Netzwerkparametern einer spezifischen Methode erfolgen oder auch durch Veränderungen der Netzwerktopologie selbst. An dieser Stelle kann auch eine finanzielle Randbedingung definiert werden, die es einzuhalten gibt. So kann es der Fall sein, dass bspw. große Ströme weniger kritisch sind als hohe Spannungen, da Leistungs-OP zwar teuer sind, jedoch im Gegenzug Bauteile zur Hochspannungsversorgung eingespart werden können.

Die 3. äußere Optimierungsstufe findet nur Anwendung, wenn nach der Evaluierung des Ergebnisses der Lösung der ersten beiden Schleifen die strukturdynamische Zielgröße nicht erfüllt ist. In diesem Fall wird bspw. eine Topologieoptimierung (oder einfache Geometrievariation) der Struktur vorgenommen und anschließend erneut die Stufen 1 und 2 der Optimierung durchlaufen.

Charakteristisch für diesen Ansatz ist, dass die Optimierungsziele der Teilprobleme während des Prozesses umformuliert oder angepasst werden. Sollte sich nach der ersten Bewertung am Gesamtsystem herausstellen, dass bspw. ein RL-shunt nicht leistungsfähig genug ist, um die definierten Ziele zu erreichen, kann auf alternative Techniken wie den RLC-shunt zurückgegriffen werden. Für diesen sind ggf. die Ziele der ersten Stufe weniger stark zu gewichten (da eine zusätzliche externe Energiezufuhr möglich ist) und gleichzeitig ändern sich die variablen Parameter der 2. Schleife, da zusätzliche Netzwerkkomponenten hinzukommen.

Das vorgeschlagene Vorgehen hebt die im zuvor dargestellten Ablauf isolierte Betrachtung der Strukturentwicklung und Netzwerkentwicklung auf und schlägt eine Schaltungsoptimierung am Gesamtsystem vor. Um diese durchführen zu können, ist es notwendig, das Gesamtsystemverhalten, welches die Mechanik, den elektromechanischen Energietransfer und das Verhalten der elektrischen Netzwerke gleichzeitig beschreibt, unter Einwirkung äußerer Lasten beurteilen zu können.

Zur Beherrschung dieses Entwicklungsansatzes wird daher folgende Vorgehensweise zur Umsetzung der Teilschritte vorgeschlagen:

Vorgang	Umgebung	Ausgangssystem
Modellierung der Trägerstruktur	Finite Elemente ( <i>Ansys</i> )	mechanisches Strukturmodell
Einbindung piezoelektrischer Wandler	Finite Elemente ( <i>Ansys</i> )	gekoppeltes Strukturmodell
Modellreduktion des gekoppelten Strukturmodells	<i>Matlab</i>	reduziertes gekoppeltes Modell
Einbindung des Netzwerkmodells	<i>Matlab/Simulink</i> <i>Matlab/Simscape</i> <i>ScicosLab/Scicos</i>	elektromechanisches Modell
Hinzufügen von Strukturanregung und Strukturkomponenten	<i>Matlab/Simulink</i> <i>ScicosLab/Scicos</i>	Evaluation des Gesamtsystems

Tabelle 1: Vorgeschlagene Methoden zur Behandlung der Teilschritte des Entwicklungsansatzes

Dieser Modellierungsablauf wird im Nachfolgenden exemplarisch am einfachen Beispiel eines adaptiven Tilgers erläutert. Zunächst wird auf die Modellerstellung der Trägerstruktur eingegangen, bevor ein geeignetes Modellordnungsreduktionsverfahren und die Einbindung dessen in eine Gesamtsystemsimulation dargestellt werden.

## 4.2 Numerische Modellierung eines gekoppelten Gesamtsystems am Beispiel eines adaptiven Tilgers

Um die Simulationskette validieren zu können, wird auf den erwähnten Tilger als Teststruktur zurückgegriffen, dessen strukturdynamisches Verhalten analytisch beschreibbar ist. Gleichzeitig stellt dieser eine potenzielle technische Anwendung dar und wird in den Folgekapiteln als Mittel zur Evaluation der technischen Umsetzbarkeit herangezogen.

### 4.2.1 FE-Modellierung der Trägerstruktur

Der Tilger ist als zweiarmige Balkenstruktur aus Kohlenfaserstoff (CFK) ausgeführt. In der Mitte des Balkens befindet sich eine zweiteilige Masse von insgesamt 160g zur Anbindung des Tilgers an eine Struktur oder einen elektrodynamischen Schwingerreger (Shaker). Gleichzeitig spannt die Anbindungsmasse den Balken über eine Schraubverbindung ein, womit dieser einem doppelten einseitig geklemmten Balken entspricht. An den Balkenenden befinden sich die beiden schwingenden Tilgermassen von je 200g, die wiederum über eine Schraubverbindung mit dem Balken verbunden sind. Die Konstruktion wird als FE-Modell in der Software *Ansys* aufgebaut. Abbildung 21 zeigt die Geometrie und die Vernetzung des FE-Modells des Tilgers.

Alle Körper wurden ohne Kontaktelemente ausgeführt und direkt bei der Vernetzung verbunden. Dieses Vorgehen mit einem reinen Tetraeder-Netz führte zu einem vergleichsweise am schnellsten konvergierenden Verhalten bezüglich der Eigenfrequenzen des Systems bei einer

Variation der Elementgröße. Die Kopplung der Massen mit dem Balken über Kontaktelemente hingegen zeigte schlechteres Konvergenzverhalten, obwohl es in diesem Fall möglich war ein reines Hexaeder-Netz zu implementieren.

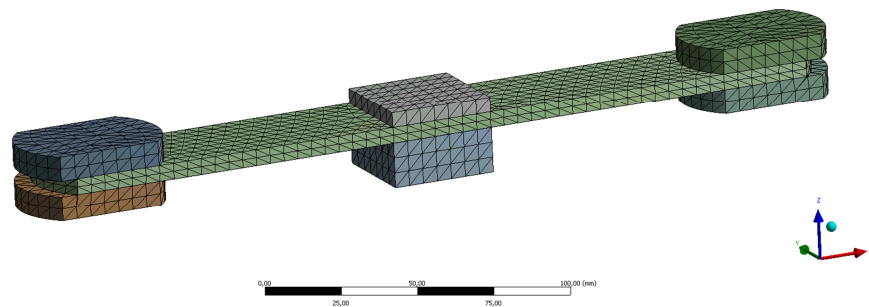


Abbildung 21: Geometrie und Vernetzung des FE-Modells des CFK-Tilgers in Ansys

#### 4.2.2 Experimentelle Prüfung des Ausgangsmodells

Um für die späteren Analysen des gekoppelten Systems ein genaues Basismodell ohne Piezo-elemente zu erhalten, wurde eine Parameteroptimierung bezüglich der Materialeigenschaften des CFK-Balkenelementes in *Ansys* durchgeführt. Ausgehend von den vom Hersteller zur Verfügung gestellten Materialeigenschaften, wurden als Zielgrößen der Optimierung die experimentell bestimmten Eigenfrequenzen des Tilgers sowie die niederfrequente und hochfrequente Beschleunigung bezogen auf eine Anregungskraft an der Anbindung verwendet. Dies zielt darauf ab, möglichst genau die Massen und Steifigkeitsverhältnisse des realen Tilgers abbilden zu können. Abbildung 22 zeigt die Ergebnisse des Vergleichs zwischen der gemessenen und der in *Ansys* mit den angepassten Materialparametern berechneten Akzelleranz, wobei der Tilger auf einem Shaker befestigt ist.

Der Verlauf zeigt, dass die Eigenfrequenz des Tilgers bei 151Hz mit 0,3Hz Abweichung getroffen wird. Die Nullstelle bei 90Hz im Experiment, welche der Eigenfrequenz des fest an der Einbin-dung eingespannten Tilgers entspricht, wird vom Modell exakt wiedergegeben. Die über die Optimierung identifizierten angepassten Materialparameter des CFK-Balkens sind in Tabelle 2 aufgelistet, der Versuchsaufbau zur Bestimmung der Optimierungsziele ist in Abbildung 23 gezeigt.

Für den Versuch wurde ein Impedanzmesskopf zwischen der Anbindungsmasse des Tilgers und der Shakeranbindung sowie ein Beschleunigungsaufnehmer auf einer der beiden Tilgermassen angebracht. Somit konnte die Akzelleranz der Anbindung und die Bewegung der Tilgermasse erfasst werden. Dieser Versuchsaufbau wird auch für die in Kapitel 5 durchgeführten Messungen verwendet.

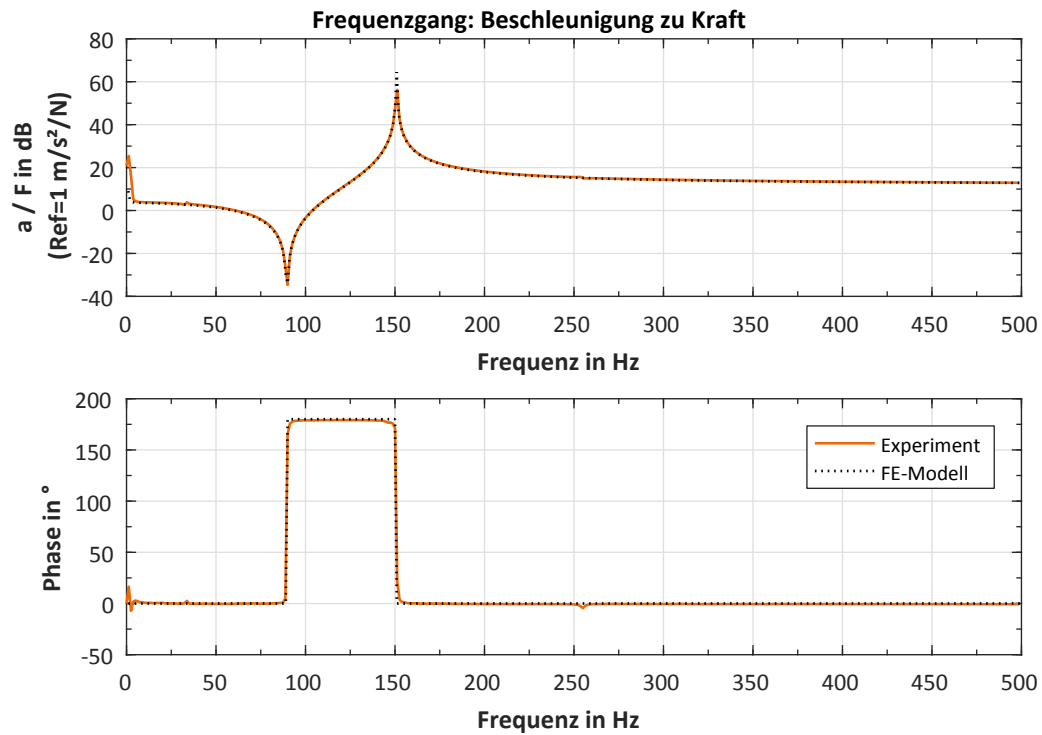


Abbildung 22: Abgleich des Simulationsmodells: Frequenzgang der Akzelleranz am Anregungsort

E-Modul	Schubmodul	Querkontraktionszahl
$E_x = 59,20 \text{ GPa}$	$\tau_{xy} = 3,18 \text{ GPa}$	$\nu_{xy} = 0,231$
$E_y = 60,00 \text{ GPa}$	$\tau_{xz} = 4,66 \text{ GPa}$	$\nu_{xz} = 0,317$
$E_z = 7,76 \text{ GPa}$	$\tau_{yz} = 2,76 \text{ GPa}$	$\nu_{yz} = 0,346$

Tabelle 2: Materialdaten des CFK-Balkens nach der Modell Anpassung

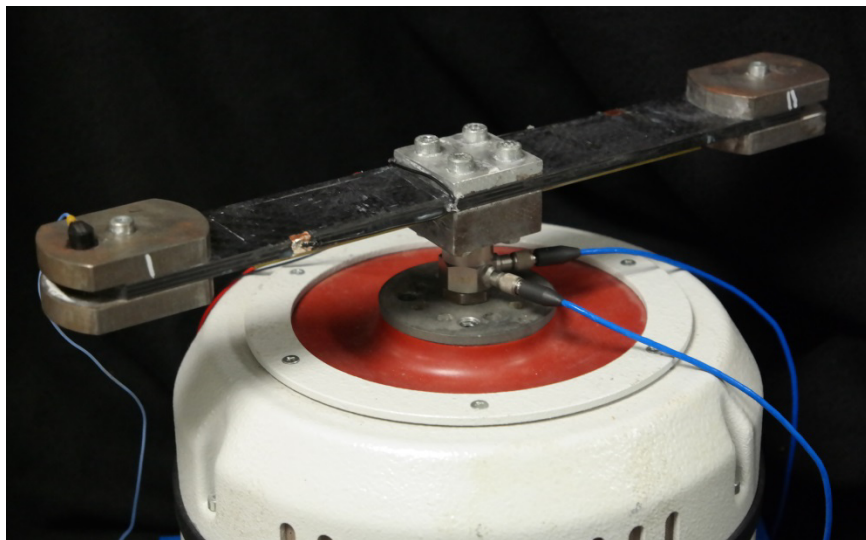


Abbildung 23: Foto des Versuchsaufbaus mit dem CFK-Tilger auf einem Schwingerreger

### 4.2.3 Applikation der piezoelektrischen Wandler

Das mit dem Experiment abgeglichen FE-Modell wurde um zwei piezoelektrische Flächenwandler auf der Unterseite des CFK-Balkens erweitert. Grundlage für die Wahl der Geometrie der Piezoelemente waren die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen am FE-Modell. Hierzu wurde der generalisierte elektromechanische Kopplungsfaktor als zu maximierendes Ziel einer globalen Optimierung mittels genetischer Algorithmen gewählt, um einen möglichst großen Energietransfer zwischen dem mechanischen und elektrischen System zu erreichen. Details zum Vorgehen sind in [108, 118] an einem CFK-Balken der gleichen Geometrie erläutert. Die Positionierung der Piezoelemente auf der Unterseite des CFK-Balkens ist der auf der Oberseite vorzuziehen, da hierdurch bereits eine leichte mechanische Vorspannung der Wandler durch die statische Absenkung der beiden Tilgermassen vorliegt. Zur Anwendung kamen zwei Wandler mit den Abmessungen von 70 x 30 x 2 mm. Abbildung 24 zeigt das FE-Modell mit Piezowandlern sowie die finale reale Umsetzung, wie sie für die Durchführung der Experimente in Kapitel 5 verwendet wird.

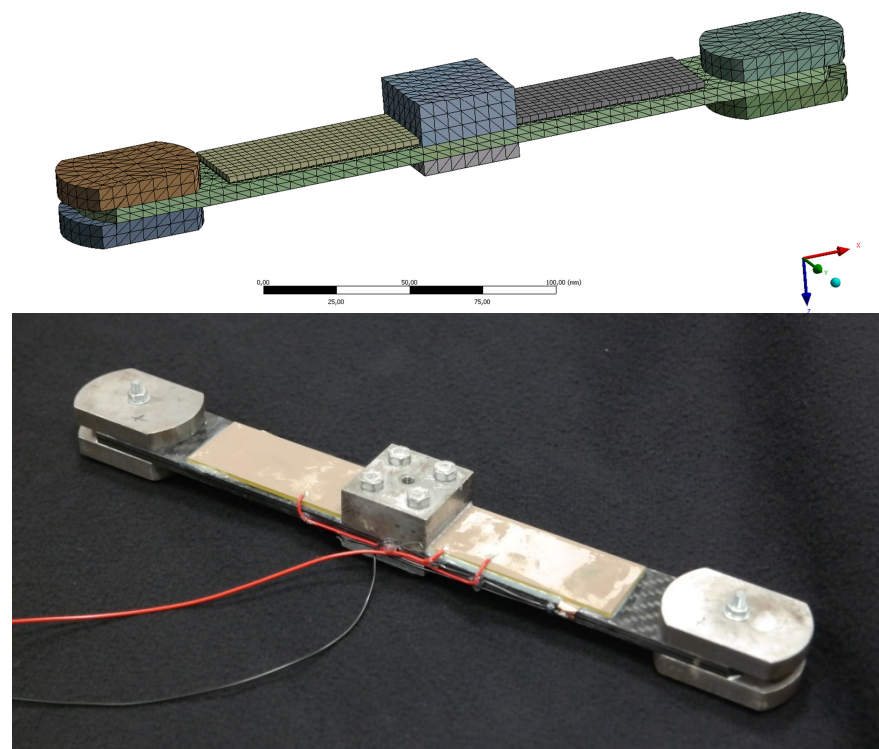
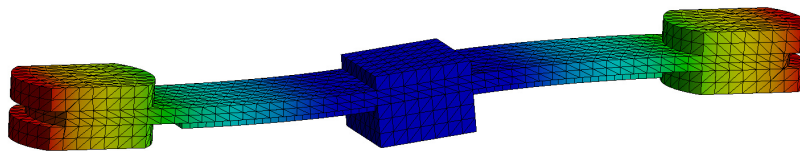


Abbildung 24: FE-Modell des CFK-Tilgers mit Piezoelementen (oben) und Foto des realen Tilgers (unten)

Da für die nachfolgenden Experimente hohe Anforderungen an die Reproduzierbarkeit hinsichtlich der Anregung gestellt sind, werden die Versuche auf einem elektrodynamischen Schwingerreger durchgeführt. Im FE-Modell entspricht dies weitgehend einem in der Horizontalen lineargeführten Zustand mit freiem Auslenkungsfreiheitsgrad in der Vertikalen. Da dennoch ein leichtes Verkippen auf dem Shaker möglich ist, wurde die Anbindungsmasse mit horizontal wirkenden elastischen Lagerungselementen umgesetzt und eine schwache elastische Randbedingung für die vertikale Richtung vorgesehen, welche die Steifigkeit des Shakers repräsentiert. Die beiden ersten elastischen Moden des Modells mit piezoelektrischen Wandlern sind in Abbildung 25 dargestellt.

und repräsentieren die Ergebnisse numerischer Modalanalysen. Die erste Eigenschwingform bei 115 Hz ist eigentlich unerwünscht, da diese gegenphasige Mode der beiden Tilgermassen eine leichte Rotation um die Shakeranbindung darstellt. Dies ist jedoch eine prinzipielle Eigenschaft dieser speziellen Konstruktionsweise. Mode 2 entspricht einer symmetrischen Biegemode der beiden Tilgerarme ohne Rotation der Anbindung. Da es sich jedoch hierbei um den (mit Ausnahme der schwachen vertikalen Elastizität) ungefesselten Zustand handelt, ist die Lage der Eigenfrequenzen nicht für die Anwendung als Tilger repräsentativ. Deshalb fand die Kopplungsfaktorbestimmung im Zustand einer festen Anbindung statt. Da die Schwingform optisch der zweiten Mode des freien Systems entspricht, ist diese nicht nochmals gesondert dargestellt.

**Mode 1 bei 115 Hz**



**Mode 2 bei 216 Hz**

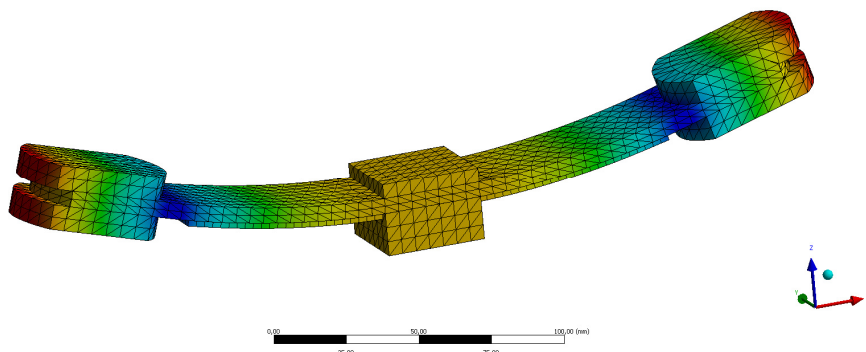


Abbildung 25: Elastische Moden 1 und 2 der FE-Simulation des CFK-Tilgers

Die Lage dieser Resonanz bei offenen Elektroden der piezoelektrischen Wandler ist bei 134,7 Hz und entspricht somit der für eine Anwendung als Tilger relevanten Mode.

#### 4.2.4 Experimentelle Validierung des Modells mit piezoelektrischen Wandlern

Da der Prozess der Piezoapplikation mit großen Unsicherheiten, v. a. hinsichtlich der Schichtdicke der Klebung, verbunden ist, wurde diese explizit als Zwischenschicht im FE-Modell parametrisch umgesetzt. Über die Parameter der Klebeschicht wurde das Modellverhalten an das des Experiments angepasst. Die Zwischenschicht wurde über Kontaktelemente mit den piezoelektrischen Wandlern verbunden, die als Hexaeder-Elemente vernetzt wurden. Alle anderen Körper wurden hingegen weiterhin ohne Kontaktelemente ausgeführt. Mit dieser Kombination zeigte sich, im Vergleich zu einem reinen Tetraeder-Netz, eine gesteigerte Konvergenzrate bei der Erstellung



der benötigten Antwortflächen, welche als Ausgangsdatenbasis für den genetischen Optimierungsalgorithmus dienen. Den Vergleich zwischen dem angepassten FE-Modell und dem Versuch zeigt Abbildung 26 anhand des Frequenzgangs der Akzelleranz am Anbindungspunkt. Es verbleiben leichte Modellungenauigkeiten durch Beiträge von Moden, die nur als sekundäre Zielgrößen Teil der Parameteroptimierung waren. Dabei handelt es sich um eine Starrkörpermode bei ca. 35Hz, die erste elastische Biegemode (entsprechend Mode 1 aus Abbildung 25 mit gegenphasiger Bewegung der Tilgermassen) und der ersten Torsionsschwingform knapp unterhalb von 300Hz.

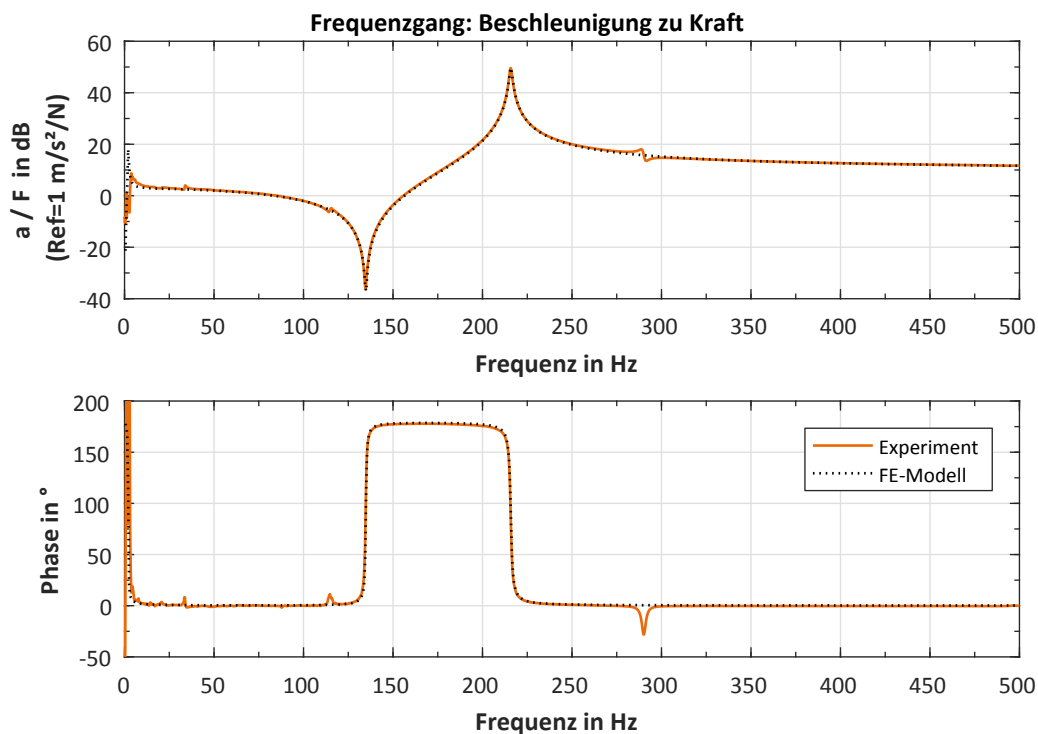


Abbildung 26: Modellabgleich des gekoppelten FE-Modells mit dem Experiment: Akzelleranz am Anregungsort

Da der Hersteller der piezoelektrischen Wandler, die *Physik Instrumente GmbH & Co. KG*, keine vollständigen Angaben zu den, für eine Modellierung notwendigen, Materialeigenschaften des verwendeten Werkstoffes PIC 153 geben konnte, wurde wiederum eine Parameteranpassung hierzu über Optimierungsrechnungen durchgeführt.

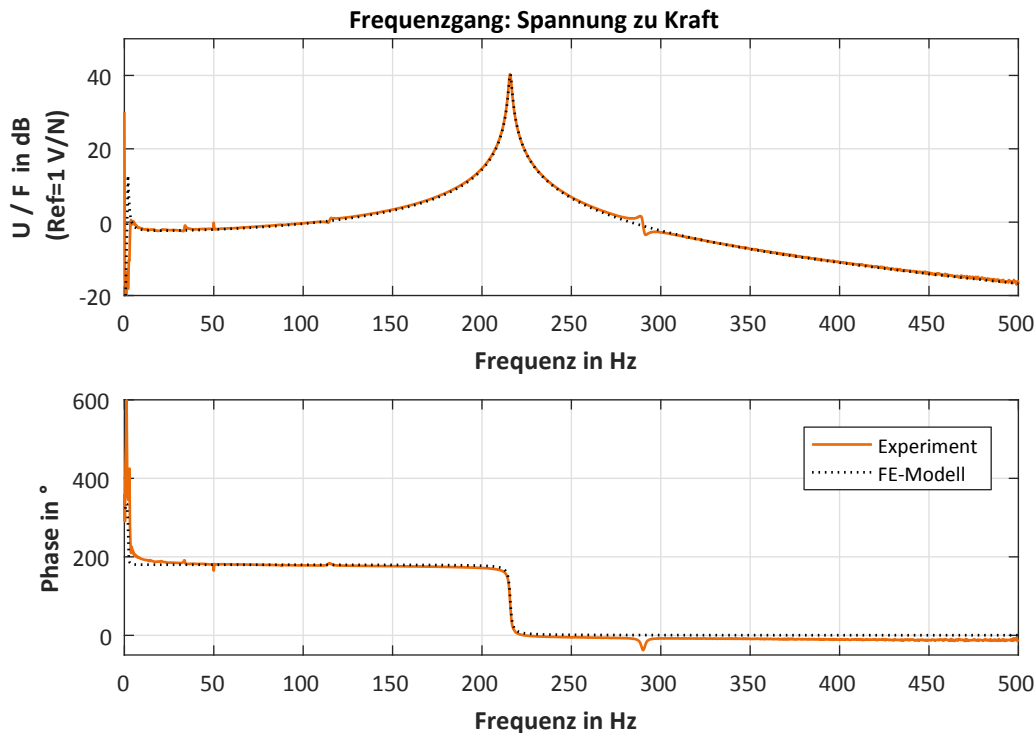


Abbildung 27: Modellabgleich des gekoppelten FE-Modells mit dem Experiment: Spannung zu Kraft

Als primäre Zielgröße für die Optimierung wurde die über eine elektrische Impedanzmessung bestimmte Kapazität der piezoelektrischen Wandler vorgegeben (70,5 nF). Abbildung 27 zeigt die Ergebnisse des elektrischen Teils der Modellanpassung anhand der Gegenüberstellung der experimentell bestimmten elektrischen Spannung am Piezoelement mit der berechneten auf Basis des FE-Modells. Die Kapazität konnte durch die Optimierung auf 71,9 nF angepasst werden, was einem Fehler von 2% entspricht.

	Tilgereigenfrequenz bei offenen Elektroden in Hz	Tilgereigenfrequenz bei kurzgeschlossenen Elektroden in Hz	Kopplungsfaktor $K$
<b>Experiment</b>	134,60	132,35	0,189
<b>Simulation</b>	134,80	132,50	0,187
<b>Relativer Fehler</b>	0,15%	0,11%	1,06%

Tabelle 3: Ergebnisse der Modellanpassung hinsichtlich der Tilgereigenfrequenzen und des Kopplungsfaktors

Die Ergebnisse der Modellanpassung hinsichtlich der relevanten Eigenfrequenzen des Tilgers im geklemmten Zustand und dem daraus ermittelten generalisierten elektromechanischen Kopplungsfaktors sind in Tabelle 3 aufgelistet.

#### 4.2.5 Modellreduktion

Zur Reduktion von Modellen mit einer großen Zahl an Freiheitsgraden existieren unterschiedlichste Methoden. Zum Teil sind in kommerziellen FE-Programmen bereits standardmäßig geeignete Methoden implementiert, wie die *Component Mode Synthesis* (CMS) bspw. in *Ansys*. Aller-

dings eignen sich die wenigsten Methoden zur Reduktion gekoppelter Modelle mit elektrischen Freiheitsgraden, wie sie im Fall integrierter oder applizierter Piezoelemente vorliegen. Eine mögliche Lösung zu diesem Problem beschreibt Kurch in [127]. Der Autor verwendet zur Reduktion die Projektion in Krylov-Unterräume, erwähnt jedoch diesbezüglich die Problematik der Stabilität der reduzierten Systeme. Durch spezielle Matrizenauflösung erreicht der Autor ein stabiles Verhalten des reduzierten Systems, jedoch lässt sich die Methode nicht zwingendermaßen auf beliebige Systeme übertragen. Einen alternativen Ansatz der diese Probleme umgeht, da die physikalischen Eigenschaften der Modelle erhalten bleiben, entwickelt Kranz in [128]. Da es für Zeitbereichssimulationen unbedingt erforderlich ist, dass das reduzierte Modell stabile Eigenschaften besitzt, wird im nachfolgenden die von Kranz beschriebene Methode zur Reduktion der FE-Modelle herangezogen.

Über das FE-System wird ein diskretes lineares System zweiter Ordnung erzeugt in dem sowohl die mechanischen als auch die elektrischen und elektromechanischen Effekte abgebildet werden. Die Massenmatrix  $\mathbf{M}$ , die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}$  und die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  des FE-Modells aus Ansys werden mithilfe der *Mechanical-Simulation Toolbox* des Fraunhofer LBF [129] in *Matlab* eingelesen. Die Bewegungsgleichung unter Verwendung der Systemmatrizen und dem Lastvektor  $\mathbf{f}$  lässt sich zu Gleichung (8) aufstellen.

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} \quad (8)$$

Die Dämpfung wird als Rayleigh-Dämpfung mit den Parametern  $\alpha$  und  $\beta$  integriert. Hierzu wird die Dämpfungsmatrix als Linearkombination der Massenmatrix und Steifigkeitsmatrix gebildet:

$$\mathbf{D} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (9)$$

Das System lässt sich nach der Art des physikalischen Freiheitsgrades und Anregung in ein elektrisches und ein mechanisches Teilsystem mit elektromechanischen Kopplungstermen zerlegen. Die linke Seite der Gleichung (8) setzt sich aus der Kraft  $\mathbf{F}$  und der Ladung  $\mathbf{Q}$  zusammen (Gleichung (10)). Gleichzeitig kann der Verschiebungsvektor  $\mathbf{x}$  aus den räumlichen Verschiebungen  $\mathbf{u}$  und dem elektrischen Potential  $\phi$  gebildet werden. Die Piezoelemente werden als reine Kapazitäten ohne elektrischen Widerstand mit elektromechanischer Kopplung betrachtet und wirken lediglich im statischen System. Die Massenmatrix  $\mathbf{M}$  ist aufgrund der fehlenden Masseneigenschaft im elektrischen Teil singulär und ist nur mit den mechanischen Masseneinträgen besetzt (Gleichung(11)). Die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  hingegen ist vollbesetzt und beinhaltet auf der Nebendiagonalen die piezo-mechanischen Koppelsterme (Gleichung (12)).

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{pmatrix}, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \phi \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{\phi u} & \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Für das ladungserregte System lässt sich das erweiterte mechanische System durch die Sensorgleichung (14) ableiten. Hierbei wird die elektrische Anregung in eine äquivalente mechanische Kraft übersetzt und die Ladungsverschiebung als Nachgiebigkeit in der Steifigkeitsmatrix dargestellt.

$$\mathbf{F} - \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{Q} = \mathbf{M}_{uu} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_{uu} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}^{\circ} \mathbf{u} \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\phi} = \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{Q} - \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \mathbf{u} \quad (14)$$

$$\mathbf{K}^{\circ} = \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \quad (15)$$

$\mathbf{K}^{\circ}$  beschreibt die Steifigkeit des gekoppelten Systems bei offenen Elektroden. Das dynamische System zweiter Ordnung wird durch modale Reduktion auf ein wesentlich kleineres System mit den modalen Koordinaten  $\mathbf{q}_d$  und den statisch-elektrischen Koordinaten  $\mathbf{q}_s$  abgebildet. Die Reduktionsmatrix  $\mathcal{T}$  wird dabei aus den zur Massematrix normierten Eigenvektoren  $\mathbf{V}^{\circ}$  des erweiterten mechanischen Systems und den statischen Verformungsreaktionen  $\mathbf{Q}$  auf die Ladungserregung der Elektroden zurückgeführt:

$$\mathbf{u} = \mathcal{T} \mathbf{q} = [\mathbf{V}^{\circ} \mathbf{Q}] \begin{pmatrix} \mathbf{q}_d \\ \mathbf{q}_s \end{pmatrix} \quad (16)$$

Das reduzierte System ergibt sich durch Einsetzen der reduzierten Freiheitsgrade für  $\mathbf{u}$  und Multiplikation der transponierten Reduktionsmatrix von links aus der Systemmatrix:

$$\mathcal{T}^T \mathbf{F} = \mathcal{T}^T \mathbf{M}_{uu} \mathcal{T} \mathcal{T}^{-1} \ddot{\mathbf{u}} + \mathcal{T}^T \mathbf{K}^{\circ} \mathcal{T} \mathcal{T}^{-1} \mathbf{u} + \mathcal{T}^T \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{Q} \quad (17)$$

$$\mathcal{M} = \mathcal{T}^T \mathbf{M}_{uu} \mathcal{T}; \mathcal{K} = \mathcal{T}^T \mathbf{K}^{\circ} \mathcal{T} \quad (18)$$

$$\mathcal{T}^T \mathbf{F} = \mathcal{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathcal{K} \mathbf{q} + \mathcal{T}^T \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{Q} \quad (19)$$

Die Ein- und Ausgangsgrößen des reduzierten Systems wurden so gewählt, dass die charakteristischen Eigenschaften des Tilgers abgebildet sind. Die berücksichtigten mechanischen Freiheitsgrade entsprechen den Positionen der Beschleunigungs- und Kraftaufnehmer des Experiments, also dem Anbindungspunkt des Shakers und einem Punkt auf einer der beiden Tilgermassen. Die elektrischen Freiheitsgrade entsprechen den beiden gekoppelten Freiheitsgraden der positiven und negativen Elektroden der piezoelektrischen Wandler. Das FE-Modell des Tilgers wird schließlich durch ein System mit 5 bzw. 11 modalen und 2 elektrischen Freiheitsgraden abgebildet. Hierdurch wird eine effiziente Simulation im Zeitbereich bspw. in *Matlab/Simulink* möglich. Zu diesem Zweck wird das System zweiter Ordnung mit 7 und 13 Freiheitsgraden in ein äquiva-

lentes zeitkontinuierliches System erster Ordnung mit 14 bzw. 26 Freiheitsgraden in den Zustandsraum überführt:

$$\begin{pmatrix} \ddot{q} \\ \dot{q} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathcal{C} & -\mathcal{M}^{-1}\mathcal{K} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ q \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{M}^{-1}\mathcal{T}^\top & \mathcal{T}^\top K_{u\phi} K_{\phi\phi}^{-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F \\ Q \end{pmatrix} \quad (20)$$

Die Systemausgänge werden durch die Sensorgleichung und die Transformationsmatrix für die elektrischen Verschiebungen gebildet, die mechanischen durch eine Auswahlmatrix  $B$  und die Transformationsmatrix.

$$\begin{pmatrix} u_b \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & B\mathcal{T} \\ 0 & -K_{\phi\phi}^{-1} K_{\phi u} \mathcal{T} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ q \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{\phi\phi}^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F \\ Q \end{pmatrix} \quad (21)$$

Für eine mögliche Simulation unter Einbindung der Blöcke der *Mechanical-Simulation Toolbox* wird anstelle des Wegausgangs des Systems die Geschwindigkeit an den zu beobachtenden Punkten abgebildet:

$$\begin{pmatrix} \dot{u}_b \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} B\mathcal{T} & 0 \\ 0 & -K_{\phi\phi}^{-1} K_{\phi u} \mathcal{T} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ q \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{\phi\phi}^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F \\ Q \end{pmatrix} \quad (22)$$

#### 4.2.6 Verifikation des reduzierten Modells

Obwohl in [128] bereits nachgewiesen wurde, dass das oben beschriebene Verfahren korrekt ist, können bei der numerischen Aufbereitung der Matrizen numerische Fehler entstehen, die zu Abweichungen im reduzierten Modell führen können. Um die Genauigkeit des Verfahrens für das vorliegende System zu prüfen, lassen sich die Frequenzgänge zwischen den verschiedenen Ein- und Ausgängen des reduzierten Systems in der Zustandsraumdarstellung denen des ursprünglichen FE-Modells gegenüberstellen. Im Nachfolgenden werden deshalb die Ergebnisse aus harmonischen Analysen in *Ansys* mit den Übertragungsfunktionen des reduzierten Systems verglichen. Abbildung 28 zeigt den Verlauf der Übertragungsfunktion zwischen der Geschwindigkeit der Masse am Anbindungspunkt und der Anregungskraft an der Anbindung für zwei unterschiedliche Varianten: Einmal wurden 5 Moden bei der Modellreduktion berücksichtigt und einmal 11 Moden. Der Vergleich der drei Verläufe ist bis zu einer Frequenz von etwa 500Hz als annähernd identisch zu bewerten. Während oberhalb dessen der Frequenzgang des reduzierten Modells mit 5 modalen Freiheitsgraden das Systemverhalten nicht mehr richtig abbildet, da die höheren Moden nicht berücksichtigt werden, beschreibt das reduzierte Modell mit 11 modalen Freiheitsgraden auch bis 2kHz das System noch nahezu vollständig. Anzumerken sei jedoch, dass die Dämpfungsparameter des verwendeten Rayleigh-Dämpfungsansatzes bereits an das System aus dem Experiment angepasst wurden. Da der Verlauf für den zweiten mechanischen Freiheitsgrad, der Geschwindigkeit der Tilgermasse, eine vergleichbare Güte aufweist, wird auf die Darstellung des zugehörigen Frequenzgangs verzichtet. Diese befindet sich jedoch in Anhang C.

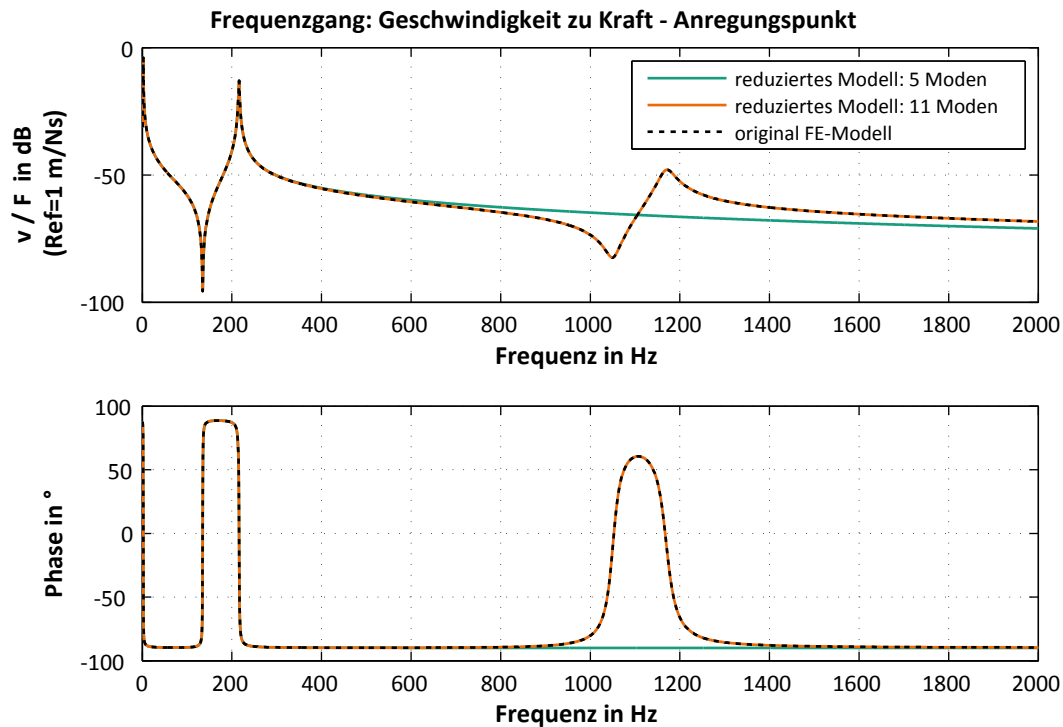


Abbildung 28: Ergebnis der Modellordnungsreduktion: Frequenzgang der Geschwindigkeit am Anregungspunkt zur Anregungskraft

Der Vergleich zeigt somit, dass das rein mechanische Verhalten ausreichend genau zur Weiterverwendung des reduzierten Modells in einer Zeitbereichssimulation wie bspw. in *Matlab* abgebildet ist.

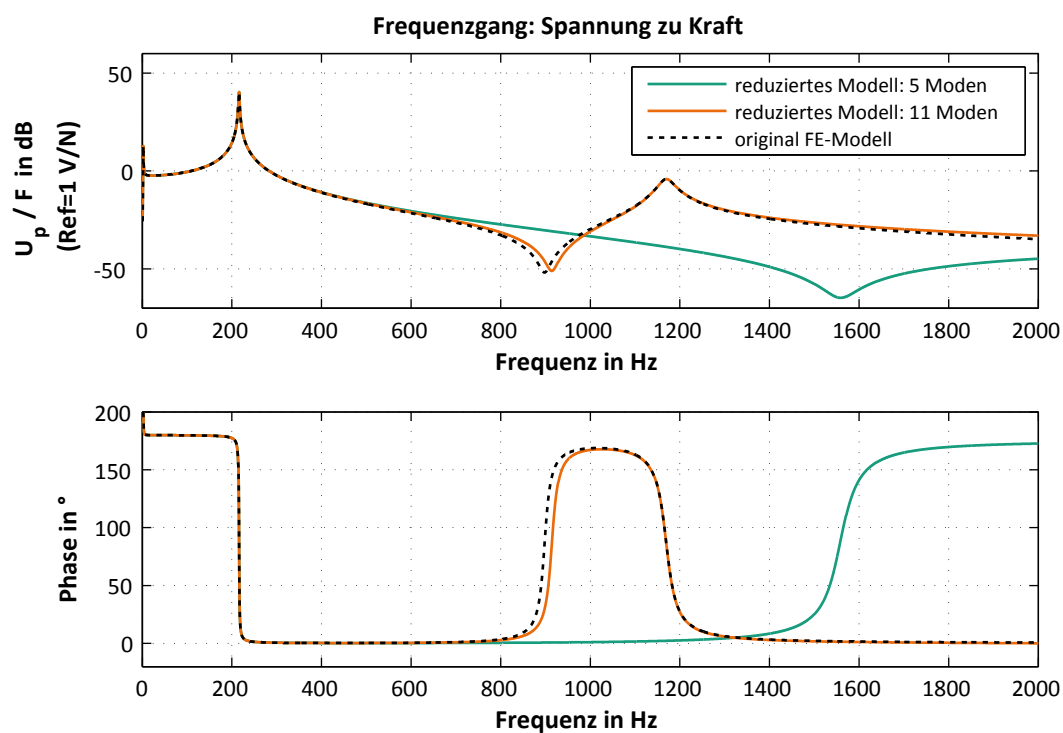


Abbildung 29: Ergebnis der Modellordnungsreduktion: Frequenzgang der Spannung am Piezoelement zur Anregungskraft

Die Verläufe in Abbildung 29 stellen analog dazu die am piezoelektrischen Wandler anliegende elektrische Spannung bezogen auf eine mechanische Kraftanregung dar. Wiederum zeigt sich der Einfluss der Modellordnung anhand der Abweichung zwischen dem reduzierten Modell mit 5 modalen Freiheitsgraden und dem Ursprungsmodell. Hinsichtlich des Modells mit 11 berücksichtigten Moden fällt jedoch auf, dass auch dieses Modell oberhalb von 800Hz, v.a. im Bereich der Nullstelle bei ca. 900Hz, vom Originalmodell abweicht. Die Lage der Nullstelle des reduzierten Modells ist um 16Hz gegenüber der Referenz verschoben. Da im Zuge der Arbeit die Betrachtungen nur bis zu einer Frequenz von 500Hz durchgeführt werden, hat diese Abweichung jedoch nur insofern Einfluss, als diese ggf. die Stabilitätsgrenzen bei aktiven Netzwerken verschieben könnte, welche in Abschnitt 6.1 diskutiert werden. Die Ursache für die Abweichung ist vermutlich in numerischen Ungenauigkeiten bei der Matrizenauflösung des Reduktionsverfahrens, wie etwa der notwendigen Matrixinversion, zu suchen.

Abschließend zur Frage der Modellgenauigkeit zeigt Abbildung 30 den Vergleich hinsichtlich der mechanischen Geschwindigkeit, welche durch Zuführen einer elektrischen Ladung am Piezoelement resultiert. Entgegen der vorangehenden aufgezeigten Ungenauigkeit, scheint das reduzierte Modell unter Einbeziehung von 11 modalen Freiheitsgraden das vollständige Referenzmodell in diesem Punkt mit einer ähnlich hohen Genauigkeit abzubilden, wie im Falle rein mechanischer Freiheitsgrade.

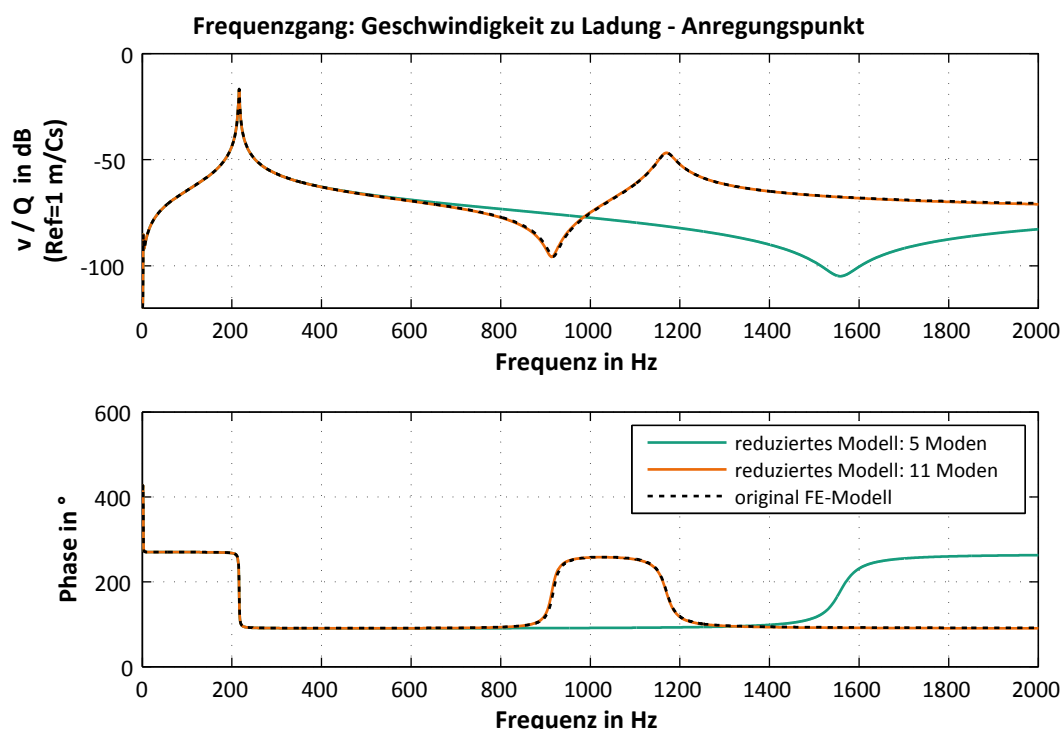


Abbildung 30: Ergebnis der Modellordnungsreduktion: Frequenzgang der Geschwindigkeit am Anregungspunkt zur Ladung am Piezoelement

Insgesamt lässt sich aus dem Vergleich ableiten, dass das Verfahren prinzipiell geeignet ist, um auf Basis von FE-Modellen reduzierte Modelle für die Weiterverarbeitung zu erstellen, die für eine

Kopplung mit piezoelektrischen Netzwerken geeignet sind. Zumindest bei dem System mit geringer Modendichte sind die durch die Reduktion entstandenen Abweichungen gering. Für eine abschließende Beurteilung der Anwendbarkeit der Methodik sollte jedoch ein System mit einer höheren Modendichte geprüft werden. Zwar sind keine prinzipiellen Fehler durch die Steigerung der Komplexität des FE-Modells zu erwarten, jedoch könnten vermehrt numerische Ungenauigkeiten auftreten, ähnlich wie es im Verlauf aus Abbildung 29 zu erkennen ist. Demzufolge sollte diesbezüglich bei der Reduktion aufmerksam auf die Kondition der Matrizen geachtet werden und ggf. numerische Methoden angewandt oder entwickelt werden, die derartige Fehler reduzieren.

### **4.3 Zusammenführung des gekoppelten Systems mit piezoelektrischen Netzwerken in einer Gesamtsystems simulation**

Nachdem gezeigt werden konnte, dass das reduzierte FE-Modell die Eigenschaften des vollen Modells ausreichend beibehält und das Modell insgesamt die Messungen mit großer Genauigkeit wiedergibt, wird im nächsten Schritt das reduzierte gekoppelte System bestehend aus mechanischer Struktur und Piezoelementen in eine Gesamtsystems simulation integriert, die geeignet ist, die Eigenschaften der elektrischen Netzwerke abzubilden und gleichzeitig die Möglichkeit bietet, die gesamte Struktur an weitere Strukturkomponenten anzubinden. Dies entspräche dem Anwendungsfall, dass der Tilger an eine spezielle Trägerstruktur angebracht wird.

#### **4.3.1 Exkurs: Beschreibung des analytischen Referenzmodells**

Bevor das reduzierte Modell betrachtet wird, soll an dieser Stelle zunächst ein analytisches Referenzmodell generiert werden, da dies in Kapitel 5 als Vergleichsgrundlage stellvertretend für eine idealisierte Modellierung herangezogen wird. Aufgrund des einfachen Systemaufbaus lässt sich die Lösung des gekoppelten Systems noch analytisch beschreiben. Die Modellbeschreibung basiert auf der Herangehensweise zur analytischen Beschreibung eines Einmassenschwingers mit piezoelektrischem Wandler aus [40], erweitert diese jedoch um einen zusätzlichen Freiheitsgrad, der es ermöglicht das Gesamtsystem mit Anbindungsmassen und Shakersteifigkeit abzubilden.

Der Tilger wird vereinfacht als Zweimassenschwinger betrachtet. Die beiden schwingenden Massen an den Balkenenden werden zu einer Gesamtmasse  $M_1$  zusammengefasst, die über die Balkensteifigkeit  $k_1$  und Balkendämpfung  $d_1$  mit der Anbindungsmasse  $m$  verbunden ist. Diese entspricht der Masse des Tilgers in der Balkenmitte, welche an die Zielstruktur angebunden werden würde. Die Zielstruktur ist wiederum über die Steifigkeit  $k_1$  und Dämpfung  $d_1$  des elektrodynamischen Schwingerregers mit dem starren Untergrund verbunden. Zwischen den beiden schwingfähigen Massen befindet sich in diskretisierter Darstellung der piezoelektrische Wandler mit der mechanischen Steifigkeit  $k_p$ . Der Wandler ist an den Elektroden mit einem piezoelektrischen Netzwerk verbunden, dessen elektrische Impedanz  $Z_S$  in allgemeiner Form für alle möglichen Varianten von Netzwerken steht. Das mechanische Ersatzschaltbild dazu ist in Abbildung 31 dargestellt.



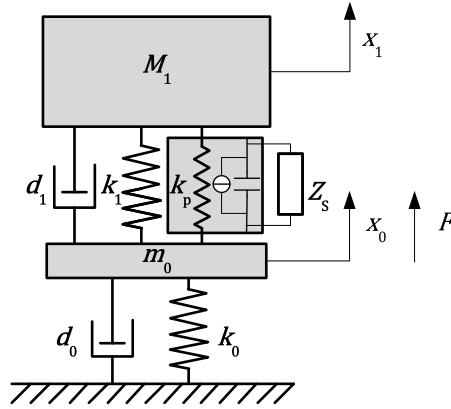


Abbildung 31: Mechanisches Ersatzmodell des Tilgers mit Piezoelement

Der Aufbau des Modells entspricht dem des Experiments, bei dem der Kraftsensor am Anbindungspunkt des Tilgers montiert ist und somit an der Koordinate  $x_0$  angreift. Die Bewegungsgleichung der beiden Massen lautet:

$$\begin{aligned} M\ddot{x}_1 + d_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) + k_1(x_1 - x_0) + F_p &= 0 \\ m\ddot{x}_0 + d_0\dot{x}_0 + d_1(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) + k_0x_0 + k_1(x_0 - x_1) - F_p &= F \end{aligned} \quad (23)$$

Hierin bezeichnet  $F_p$  die Kraft, die der Piezowandler auf die beiden Massen ausübt. Sie errechnet sich über die mechanische Piezosteifigkeit  $k_p$  und einen elektromechanischen Kopplungsterm, der die spezifische Ladungsdichte  $d_p$  sowie die am Piezo anliegende Spannung  $U_p$  beinhaltet:

$$F_p = k_p(x_1 - x_0) - k_p d_p U_p \quad (24)$$

Die spezifische Ladungsdichte ist eine Funktion des generalisierten elektromechanischen Kopplungsfaktors  $K$  und der Piezokapazität  $C_p$ . Die Gleichung nach [40] hierfür lautet:

$$d_p = \frac{1}{k_p} \sqrt{K_{ij}^2 C_p (k_p + k_0)} \quad (25)$$

Der hier verwendete Index  $i$  des Kopplungsfaktor  $K$  steht für die Richtung des elektrischen Feldes des Piezowandlers, während der Index  $j$  für die mechanische Wirkrichtung steht. Im Falle des Tilgers mit Biegewandlern wäre das demnach der Faktor  $K_{31}$ , da die Piezoelemente in Z-Richtung des Balkens polarisiert sind und die relevante Verformung (und somit Kraft) in X-Richtung wirkt. Da es sich hierbei um einen modalen Faktor handelt, beschreibt das Modell nur die Kopplung einer Mode korrekt und stellt damit eine starke Vereinfachung dar. In der vorliegenden Arbeit wird stets der Kopplungsfaktor der Mode des Systems in fest angebundenem Zustand verwendet, da zur Auslegung eines Tilger klassischerweise die Resonanz des fest angebundenen Systems verwendet wird und es wenig sinnvoll erscheint, das System bestehend aus Tilger und Shaker selbst beeinflussen zu wollen.

Das für die nachfolgenden Herleitungen zugrundeliegende Piezomodell ist schematisch in Abbildung 32 dargestellt. Der durch den piezoelektrischen Effekt induzierte Strom teilt sich demnach in einen Strom durch den Piezokondensator und parallel dazu einen Strom durch das elektrische Netzwerk.

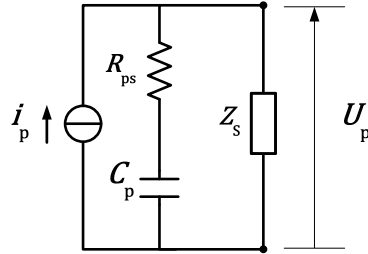


Abbildung 32: Piezomodell und Anbindung der Netzwerkimpedanz des analytischen Modells

Der induzierte elektrische Strom des Piezowandlers lässt sich durch Gleichung (26) bestimmen:

$$I_p = -k_p d_p (\dot{x}_1 - \dot{x}_0) \quad (26)$$

Die am Piezo anliegende Spannung bestimmt sich über die elektrische Gesamtimpedanz  $Z_{ges}$ , welche sich aus der Kombination der parallel geschalteten Impedanz des Piezos  $Z_p$  und des Netzwerks  $Z_s$  ergibt. Unter Einbezug des seriellen Innenwiderstand des Piezos  $R_{ps}$  und der Piezokapazität  $C_p$  ist  $Z_p$  in Laplace Beschreibung definiert durch:

$$Z_p(s) = R_{ps} + \frac{1}{C_p s} \quad (27)$$

Somit lautet die Gleichung der parallel geschalteten Gesamtimpedanz unabhängig vom Typ des Netzwerks:

$$\frac{1}{Z_{ges}(s)} = \frac{1}{Z_s(s)} + \frac{1}{R_{ps} + \frac{1}{C_p s}} \quad (28)$$

Demzufolge errechnet sich die Spannung am Piezoelement zu:

$$U_p(s) = Z_{ges}(s) I_p(s) \quad (29)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (26) ergibt sich  $U_p$  aus:

$$U_p(s) = -Z_{ges}(s) c_p d_p (x_1 - x_0) s \quad (30)$$

Setzt man weiterhin Gleichung (30) in Gleichung (24) zur Kraftbestimmung ein und integriert dies in die Bewegungsgleichung (23) ergibt sich schlussendlich die gekoppelte Gleichung (31) zur Beschreibung der Dynamik und elektrischen Größen des Gesamtsystems:

$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_0 \\ U_p \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} d_1 & -d_1 & 0 \\ -d_1 & d_0 + d_1 & 0 \\ -c_p d_p Z_{ges} & c_p d_p Z_{ges} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_0 \\ U_p \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} k_1 + k_p & -k_1 - k & -k_p d_p \\ -k_1 - k_p & k_0 + k_1 + k_p & k_p d_p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_0 \\ U_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Löst man die gekoppelte Gleichung des Gesamtsystems numerisch und stellt die Übertragungsfunktion von Beschleunigung zu Kraft dar, ergibt sich im Vergleich zum Experiment der in Abbildung 33 dargestellte Verlauf. Da die Dämpfung des Shakers  $d_0$  vernachlässigt wurde, ist die tieffrequente Resonanz im Vergleich stark überhöht. Allerdings ist der Einfluss auf die betrachtete höhere Mode aufgrund des großen Frequenzabstandes gering und wurde aufgrund der sehr guten Übereinstimmung im relevanten Bereich nicht weiter angepasst.

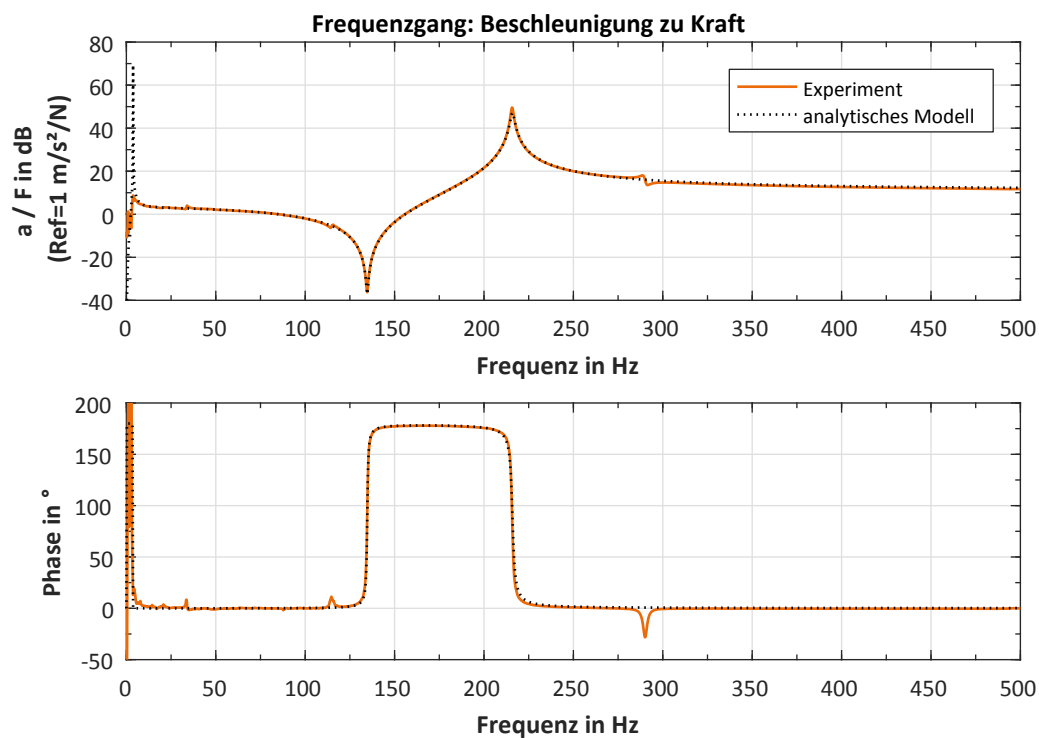


Abbildung 33: Analytisches Modell und Experiment: Frequenzgang der Akzelleranz am Anregungsort

#### 4.3.2 Modellierung in *Matlab/Simulink* und *Matlab/Simscape*

Die Einbindung des reduzierten gekoppelten Systems in *Matlab* findet nach der Impedanz-Admittanz-Methode, wie sie in [122] beschrieben ist, statt. Der Tilger ist mechanisch als Admittanz im Zustandsraum formuliert, so dass er über Impedanzblöcke an eine beliebige Struktur angebunden werden kann. Im vorliegenden Fall entspricht dies dem elektrodynamischen Shaker. Der elektrische Teil des Tilgers ist als Impedanz formuliert und muss dementsprechend über eine elektrische Admittanzformulierung für das elektrische Netzwerk gekoppelt werden. Die Beschreibung dieses Netzwerks kann über Transferfunktionen erfolgen, welche die Admittanz des zu untersuchenden Netzwerks beschreibt. Für komplexere Schaltungen, für die evtl. keine analytische Lösung vorliegt, eignet sich ein Ansatz, indem *Matlab/Simscape*-Blöcke zur Beschreibung verwendet werden. In diesem Fall wird eine variable Spannungsquelle als Anregung verwendet und ein Stromsensor als Ausgangsgröße für die Rückführung an das Zustandsraummodell genutzt.

Das Vorgehen ermöglicht es direkt auf elektrische Leistungsgrößen, wie die Ausgangsspannungen der OPs oder deren Ströme, zuzugreifen. Der Einfluss verschiedener OP-Modelle ist eingeschränkt ebenso möglich. Bisher sind in *Matlab/Simscape* ideale OP und Modelle, die einige typische Kenngrößen wie Leerlaufverstärkung oder Flankensteilheit abbilden, vorhanden. Komplexere Modelle können mittlerweile über kommerzielle Zusatzmodule eingebunden werden. Bereits seit einigen Jahren bietet bspw. die *Bausch-Gall GmbH* mit *SLSP* eine Lösung hierfür an. An der im November 2016 geschlossenen Partnerschaft zwischen *Mathworks* und *Cadence Design Systems* lässt sich der Trend zu geschlossenen Multidomänensimulationsumgebungen erkennen [130]. So bietet *Cadence*® jetzt die Möglichkeit der nahtlosen Einbindung von *PSpice*®.

Somit scheint der gewählte Modellansatz für die bisher entwickelten und möglichen zukünftigen Varianten piezoelektrischer Netzwerke geeignet.

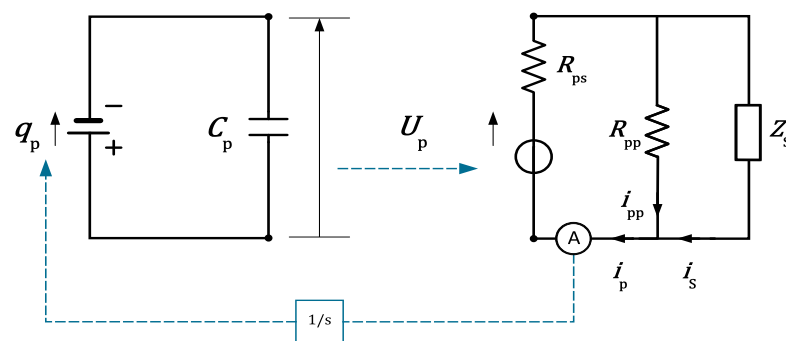


Abbildung 34: Piezomodell und Signalfluss für die Simulation in *Matlab/Simulink*

Der Simulationsablauf erfolgt im Fall einer *Spice* Einbindung im Zeitbereich, wie er für schaltende Netzwerke zwingend ist. Hingegen lässt sich die Berechnung bei einer Modellierung mittels linearer Transferfunktionen oder auch linearisierter *Matlab/Simscape*-Schaltpläne im Frequenzbereich durchführen. Dies bietet den Vorteil, dass die zur Verfügung stehenden Methoden, wie Pol-Nullstellen-Diagramme verwendet und Wurzelortskurven abgeleitet werden können. Außerdem ist die Berechnung weitaus weniger rechenintensiv.

Abbildung 34 stellt den Simulationsablauf und das verwendete Piezomodell schematisch dar. Auf der linken Seite des Schemas ist der elektrische Teil des reduzierten FE-Modells mit der Ladung am Piezoelement  $q_p$  als Eingangsgröße zu sehen. Die Ausgangsgröße  $U_p$  des Zustandsraummodells entspricht der Eingangsgröße des auf der rechten Seite abgebildeten Teils der elektrischen Admittanz zur Bestimmung der Rückführungsgröße  $i_p$ , dem Strom durch das Piezoelement. Dieser errechnet sich durch Summierung der Ströme durch den shunt  $i_s$  und den Leakagestrom  $i_{pp}$ , welcher über den parallelen Widerstand des Piezoelement abfließt. Über einen Integrator errechnet sich schließlich die Eingangsladung für das Zustandsraummodell. Der serielle Widerstand des Piezoelementes wirkt in diesem Fall als zusätzlicher Widerstand zu dem des Netzwerks, was einer Abweichung zu dem von [131] verwendeten Modell entspricht. Das hier

verwendete Vorgehen überbewertet somit den Leakagestrom  $i_{pp}$  bei Existenz eines seriellen Piezowiderstandes, was allerdings bei dem verwendeten Modellansatz unter Anwendung der linearen Transferfunktionsbeschreibung für die elektrische Admittanz zur Vermeidung einer algebraischen Schleife notwendig ist. Da in vielen Fällen piezoelektrischer Wandler dieser Widerstand jedoch nur wenige  $\Omega$  beträgt, ist der Einfluss dieser Vereinfachung gering, was durch einen Vergleich des Ansatzes über Transferfunktionen mit dem für *ScicosLab* nachfolgend beschriebenen Modellierungsansatz bestätigt wurde. Somit entspricht das Piezomodell dem des analytischen mit zusätzlichem parallelem Piezowiderstand.

#### 4.3.3 Modellierung in *ScicosLab*

Scilab [132] und ScicosLab [133] stellen als Open-Source Anwendungen Alternativen zur kommerziellen Simulationsumgebung Matlab/Simulink dar. Berechnungen für elektrische Schaltkreise lassen sich mit diesen Anwendungen allerdings nicht direkt durchführen. Für die Integration einer Schaltungssimulation bieten Scilab und ScicosLab jedoch eine offene Schnittstelle zur Modellierung in der Programmiersprache Modelica [134] an, welche als Alternative zur Matlab/Simulink-Erweiterung Matlab/Simscape herangezogen werden kann. Zwar lassen sich in *Modelica* elektronische *Spice* Modelle nicht direkt integrieren, jedoch besteht die Möglichkeit *Spice*-Makromodelle, aufbauend auf Methoden wie in [135] beschrieben, zu implementieren. Außerdem existieren in *Scilab* und *ScicosLab* bereits eine Reihe *Modelica*-Blöcke zur Beschreibung des Verhaltens elektronischer Bauteile, die sich für die Beschreibung piezoelektrischer Netzwerke eignen und in Hinblick auf die Modelltiefe weitgehend denen aus *Matlab/Simscape* entsprechen oder darüber hinausgehen.

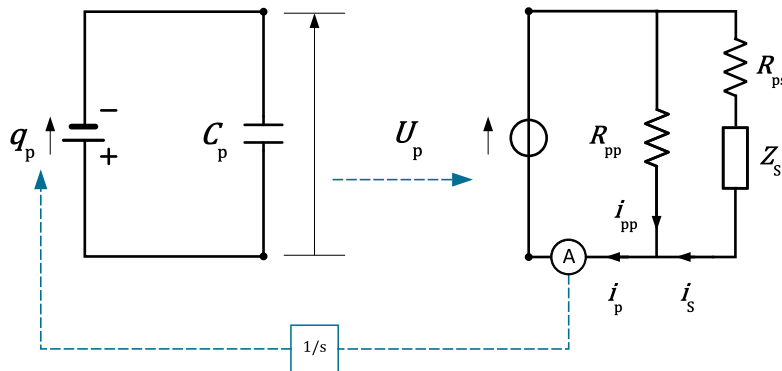


Abbildung 35: Piezomodell und Signalfluss für die Simulation in *ScicosLab*

Abbildung 35 stellt den Signalfluss sowie das verwendete Piezomodell für die Modellierung in *ScicosLab* schematisch dar. Die Herangehensweise ist analog zu der im letzten Unterabschnitt zu sehen. Allerdings bietet sich aufgrund der in *Modelica* verwendeten impliziten Lösungsalgorithmen die Möglichkeit, das von [131] beschriebene Piezomodell zu implementieren und somit die Integration der beiden Widerstände des Piezoelementes ohne die in Unterabschnitt 4.3.2 getroffenen Vereinfachungen hinsichtlich des seriellen Widerstandes, umzusetzen.

Im Gegensatz zur Modellierung in *Matlab/Simulink* unter Verwendung von linearen Transferfunktionsblöcken zur Abbildung der Netzwerkadmittanz, bei der für Zeitbereichsberechnungen rein explizite Gleichungslöser eingesetzt werden, findet also eine getrennte mathematische Lösung statt: Die Gleichungen zur Dynamik einer möglichen Anbindungsstruktur und des eingebundenen gekoppelten Zustandsraummodells werden explizit gelöst, wohingegen der elektrische Teil über ein implizites Gleichungssystem beschrieben und dementsprechend über implizite Algorithmen gelöst wird.

##### 4.3.3.1 Aufbau des OP-Modells

Aufbauend auf der *Modelica*-Standardbibliothek für Elektronik [136, 137] wurde das Makromodell des OP soweit aufbereitet, dass es sich für eine Implementierung in *ScicosLab* nutzen lässt. Hierzu wurde der bestehende Code für einen realen OP angepasst, um vom *LMS-Imagine* Übersetzer, welcher in *ScicosLab* integriert ist, interpretiert werden zu können. Der implementierte Code des auf diese Weise erstellten OP ist in Anhang A aufgeführt.

Die Modellierungstiefe übertrifft die in *Matlab/Simscape* mögliche Implementierung eines OP. So lassen sich die Daten des in den Experimenten verwendeten OP *Apex PA343* nach *Modelica* übertragen und in eine Gesamtsystemsimulation einbinden. Dadurch werden nicht nur Größen wie Spannungsbegrenzung und Flankensteilheit mitberücksichtigt, sondern auch Größen wie Eingangswiderstand, Ausgangswiderstand und Offset-Spannungen abgebildet. Die Betrachtung der Offsetspannung ist insbesondere bei der Anwendung von Netzwerken mit negativen Kapazitäten relevant, da die Piezoelemente in diesem Fall mit einer statischen Offsetspannung belastet werden. Auf den Einfluss des Ausgangswiderstandes auf das Verhalten einer negativen Kapazität wurde bereits in [31] hingewiesen.

Tabelle 4 gibt einen Überblick über die Unterschiede der Modelltiefe, wie sie in *Matlab/Simscape* und in *ScicosLab* mit dem entwickelten *Modelica*-Modell möglich ist.

	<i>Matlab/Simscape</i>	<i>ScicosLab/Modelica</i>
Leerlaufspannungsverstärkung	X	X
Flankensteilheit	X	X
Offset-Eingangsspannung	-	X
Offset-Eingangsstrom	-	X
Eingangswiderstand	X	X
Eingangskapazität	-	X
Ausgangsspannungsbegrenzung	X	X
Ausgangsstrombegrenzung	-	X
Ausgangswiderstand	X	X
Bandbreitenbegrenzung	X	X
Anpassungsmöglichkeit der internen Frequenzgangkompensation an reale Bauteile	-	X

Tabelle 4: Unterschiede zwischen dem detaillierten Modell in *Matlab/Simscape* und dem entwickelten für *ScicosLab/Modelica*

Zur Validierung des Modells wird ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit *ScicosLab* und dem vom Hersteller *Apex* zur Verfügung gestellten *Spice*-Modell in der Simulationsumgebung *LTSpice* vorgenommen. Abbildung 36 zeigt schematisch die für diesen Zweck verwendete einfache Testschaltung, in Abbildung 37 sind die Ergebnisse der berechneten Ausgangsspannungen und -ströme verglichen mit einem idealen OP wie er in *Matlab/Simscape* und *ScicosLab* implementiert ist dargestellt. Der Wert des Widerstandes entspricht mit  $5\text{k}\Omega$  dem des im Datenblatt des *Apex* OP verwendeten.

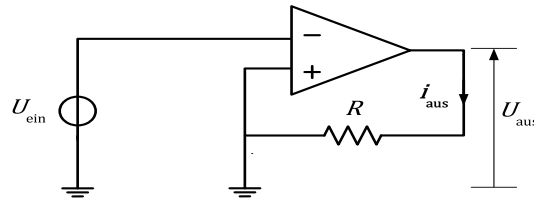


Abbildung 36: Schaltbild zur Bestimmung der Kennlinie des *Apex* PA343

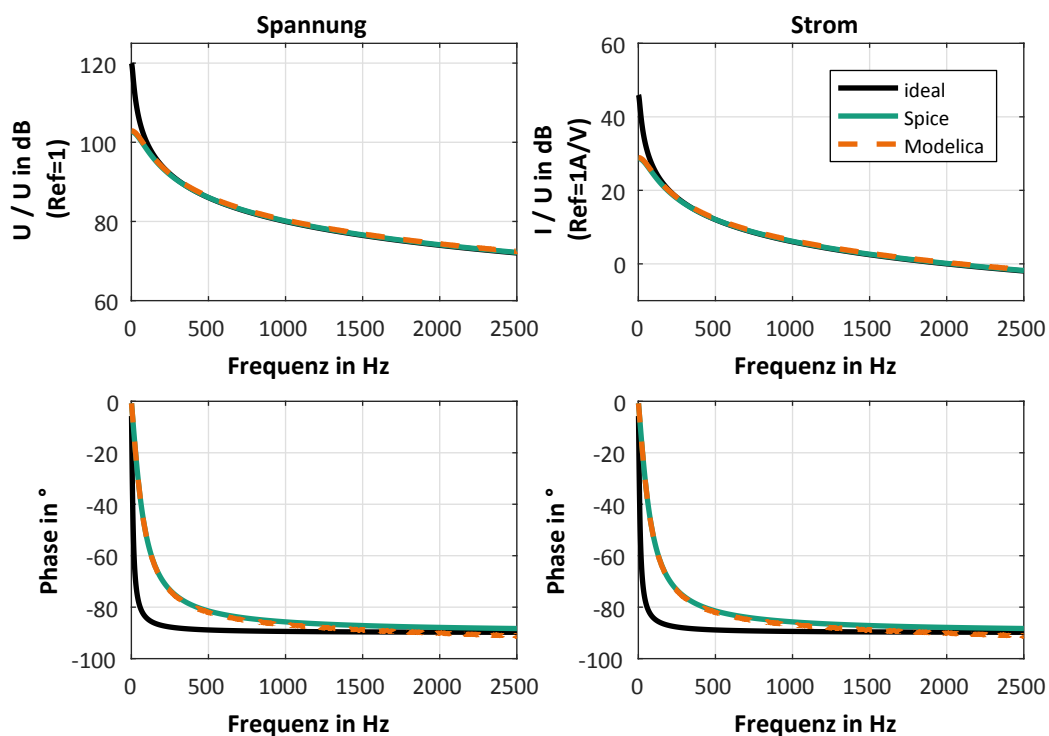


Abbildung 37: Vergleich zwischen dem *Spice* und *Modelica* Modell des *Apex* PA343

In Abbildung 37 ist erkennbar, dass die Verstärkung und Phase des *Modelica*-Modells weitgehend der des *Spice*-Modells entspricht. Hinsichtlich der Phase zeigen sich bei Frequenzen oberhalb von  $2\text{kHz}$  leichte Abweichungen aufgrund der nicht exakt nachgebildeten Phasenkomposition. Auf eine weitere Anpassung wurde jedoch verzichtet, da die Genauigkeit für den vorliegenden Anwendungsfall mit relevanten Frequenzen unterhalb  $200\text{Hz}$  ausreichend erscheint.

## 5. Evaluation der Modelltypen im Vergleich

Um das Potential des Modellierungsansatzes zu prüfen werden drei in der Literatur vielerwähnte Netzwerke analysiert und hinsichtlich der Modellierungstiefe ihrer Teilmodelle diskutiert. Zuerst wird der resonante RL-shunt, daraufhin der nicht resonante RC-shunt mit negativer Kapazität untersucht bevor abschließend die Kombination beider, der RLC-shunt, betrachtet wird.

Als Abstimmungsfrequenz für die beiden resonanten Schaltungen wird die Frequenz bei 134,8Hz gewählt, welche der 1. Eigenfrequenz des Tilgers im geklemmten Zustand entspricht. Hierdurch wird der mögliche Einfluss der piezoelektrischen Netzwerke auf die Tilgungseigenschaften des mechanischen Tilgers dargestellt.

### 5.1 Modellierung des RL-shunts

Wie bereits in Unterabschnitt 2.5.1.2 erläutert, lässt sich der RL-shunt mittels einer Gyratorschaltung und eines seriellen Widerstandes  $R$  implementieren. Die Gleichung zur Beschreibung der elektrischen Admittanz lautet:

$$Y_{RL}(s) = \frac{1}{\frac{R_1 R_3 R_5 C_4}{R_2} s + R} \quad (32)$$

#### 5.1.1 Analytisches Modell

Für die analytische Lösung des Zweimassenschwingers nach Unterabschnitt 4.3.1 muss lediglich Gleichung (32) in invertierter Form als Impedanz eingefügt und das Gesamtsystem gelöst werden. Das verwendete Piezomodell entspricht einer Kapazität mit einem seriellen Widerstand, der den inneren Widerstand des Piezowandlers beschreibt. Der Wert des seriellen Widerstandes wurde mittels Messung mit einem Präzisions-Impedanzanalysator von Wayne Kerr bestimmt und beträgt 476Ω. Weiterhin wurde der über *Spice* bestimmte und messtechnisch bestätigte Wert des Innenwiderstandes der Gyratorschaltung von 8Ω miteinbezogen. Der generalisierte elektromechanische Kopplungsfaktor entspricht dem experimentell bestimmten Wert.

Abbildung 38 gibt den Vergleich der Messung mit den Ergebnissen der analytischen Gleichung des Zweimassenschwingers ohne Dämpfungswiderstand wieder. Es zeigt sich eine sehr hohe Übereinstimmung zwischen dem idealisierten Modell und dem Experiment. Leichte Abweichungen finden sich lediglich im Bereich der Resonanz- und Nullstellen, was darauf hindeutet, dass der elektrische Widerstand nicht exakt bestimmt werden konnte. Für den Fall des gedämpften Kreises (3491Ω) fällt diese leichte Abweichung nicht mehr ins Gewicht, so dass der in Abbildung 39 dargestellte Verlauf eine nahezu perfekte Übereinstimmung zeigt.



## 5. Evaluation der Modelltypen im Vergleich

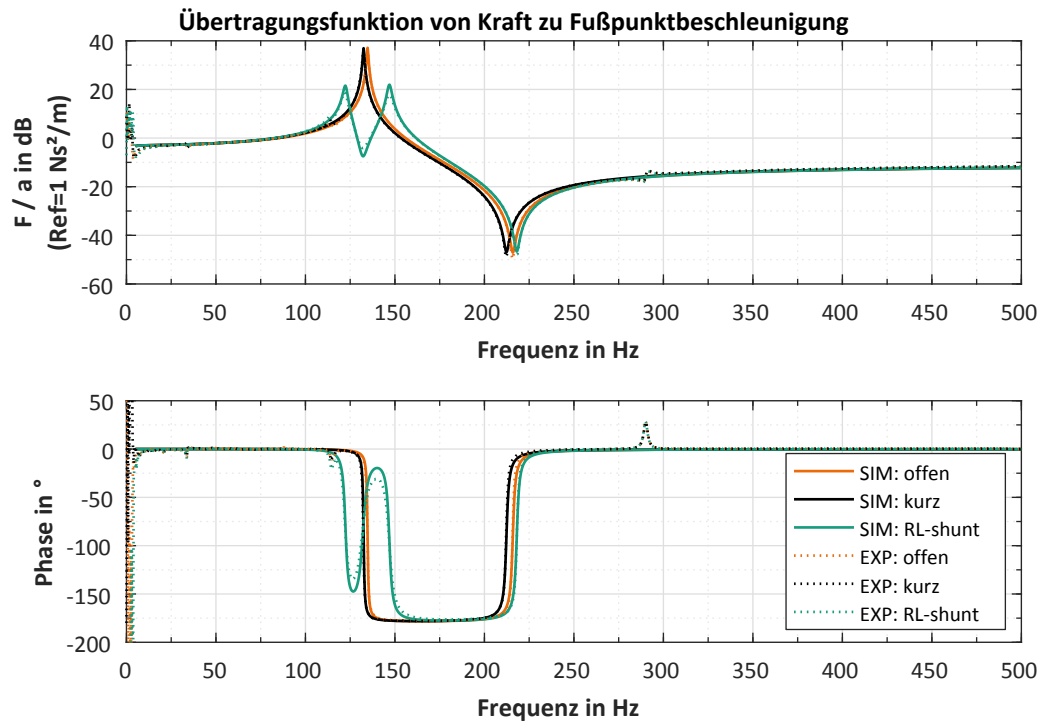


Abbildung 38: Vergleich der Ergebnisse zum ungedämpften RL-shunt des analytischen Modells mit dem Experiment

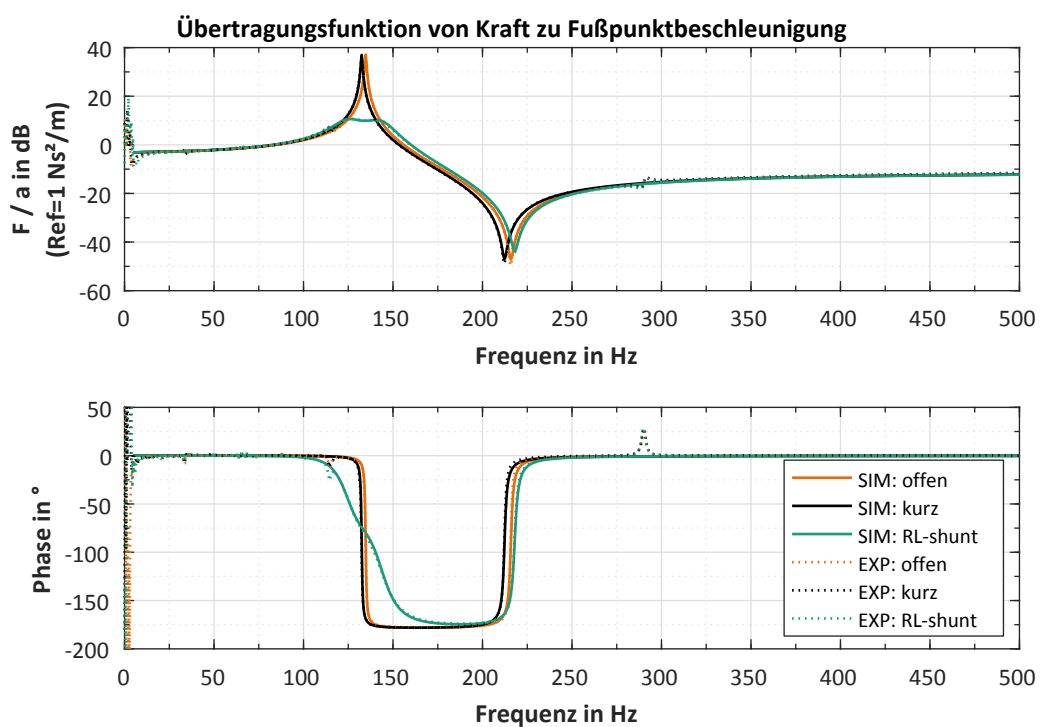


Abbildung 39: Vergleich der Ergebnisse zum gedämpften RL-shunt des analytischen Modells mit dem Experiment

Die vorhergesagten Spannungen am Piezoelement sind in Abbildung 40 den gemessenen Spannungen gegenübergestellt. Auch hinsichtlich der Spannungen liegt eine hohe Übereinstimmung mit den real gemessenen vor. Der leicht abweichende Phasendrift, der im Experiment zu

verzeichnen ist, ist auf die verwendete Messsonde von *Tektronix* zurückzuführen, die zur Bestimmung von Spannungen oberhalb von 10V eingesetzt werden musste. (Ein Vergleich der Messung ohne diese Sonde, bei verminderter Anregungsamplitude zeigte keine derartige Phasenabweichung.)

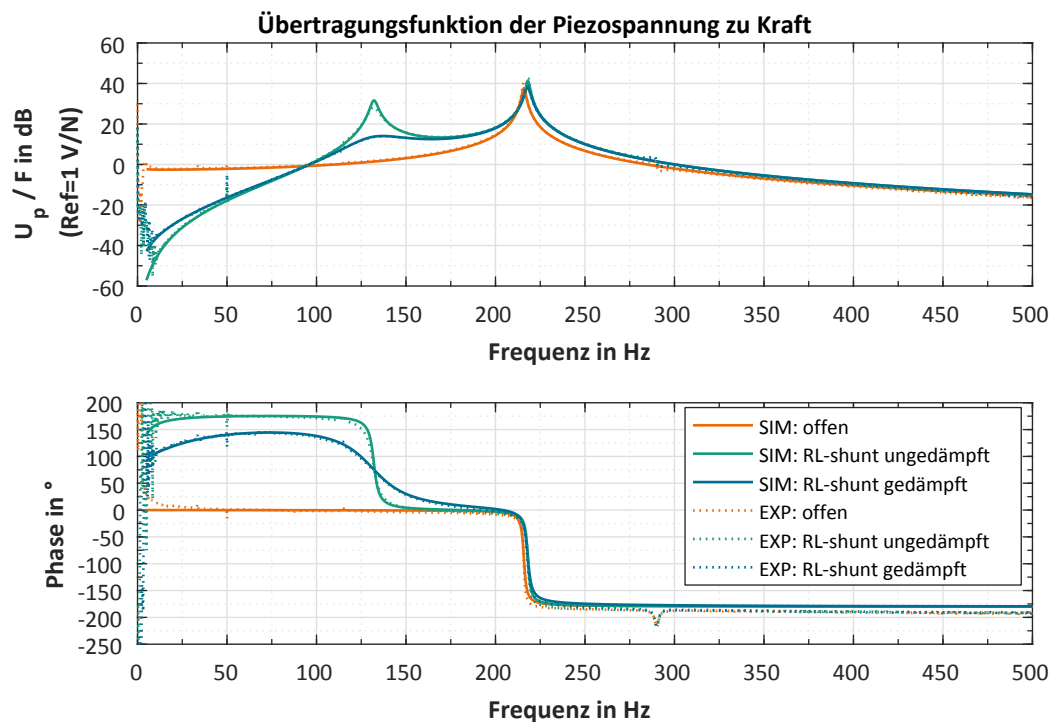


Abbildung 40: Vergleich der Spannungen am Piezoelement aus analytischer Berechnung (SIM) und Experiment bezogen auf die Anregungskraft

Die Berechnung der Ausgangsspannung der OP nach Gleichung (6) zeigt große Übereinstimmung für den ungedämpften Fall, hingegen größere Abweichungen für den gedämpften Fall im tieffrequenten Bereich (vgl. Abbildung 41), was durch die idealisierte Beschreibung des OP-Modells erklärt werden kann. Die relevanten Bereiche der Resonanzen werden jedoch ausreichend genau abgebildet, um für eine Systembeurteilung und -auslegung herangezogen werden zu können. Insgesamt lässt sich die Dynamik ebenso wie der Spannungspegel des realen Systems mit dem gekoppelten Zweimassenschwingermodell gut beschreiben.

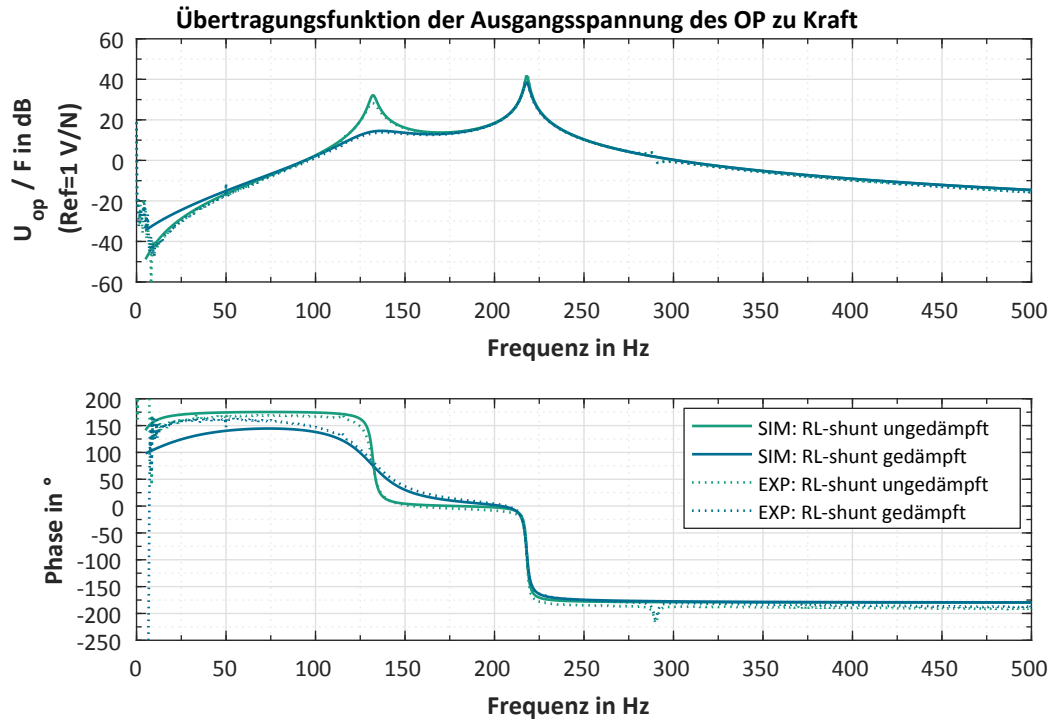


Abbildung 41: Vergleich der Spannungen am OP aus analytischer Berechnung (SIM) und Experiment bezogen auf die Anregungskraft

### 5.1.2 Numerische Modellierung in *Matlab/Simulink* und *Matlab/Simscape*

Für die Berechnung mit *Matlab/Simulink* wurden zwei Varianten geprüft: Einmal wurde die Admittanzgleichung des RL-shunts nach Gleichung (32) als Transferfunktion verwendet und einmal zur Prüfung der Genauigkeit des *Matlab/Simscape*-Ansatzes der Gyrator mit *Matlab/Simscape*-Blöcken aufgebaut. Beide Varianten lieferten im Ergebnis exakt identische Werte, so dass sich die folgenden Betrachtungen auf beide Varianten gleichermaßen beziehen.

Abbildung 42 zeigt die Ergebnisse der Berechnung für den ungedämpften Fall. Da für den RL-shunt mit dem reduzierten Modell keinerlei Abweichung festgestellt werden kann, wird an dieser Stelle auf die ausführliche Darstellung des gedämpften Falles und der Spannung am Piezo-element verzichtet, es sei jedoch auf Anhang B verwiesen. Erwähnenswert ist jedoch, dass auch die Spannung am OP, welche in Abbildung 43 gezeigt ist, ebenso präzise vorhergesagt wird. Aus diesem Grund wird auch auf eine weitere Steigerung des Detailgrades in Form einer *ScicosLab*-Simulation mit detailliertem OP-Modell verzichtet, da davon ausgegangen werden kann, dass die Systembeschreibung mit idealen Parametern für den RL-shunt ausreichend ist.

## 5. Evaluation der Modelltypen im Vergleich

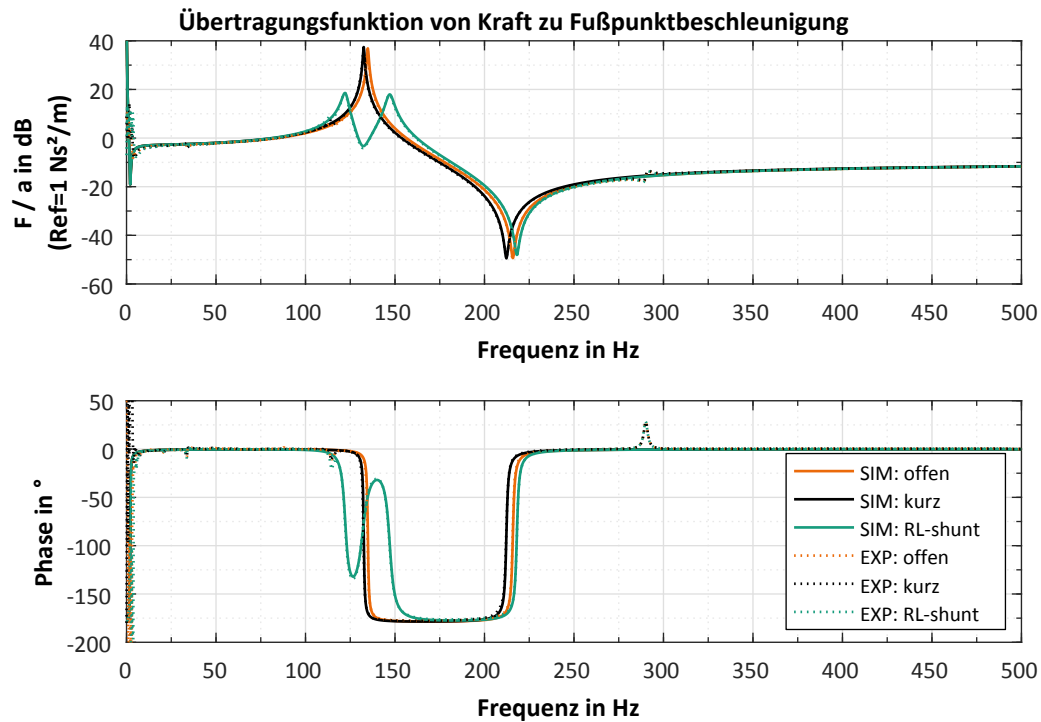


Abbildung 42: Vergleich der Ergebnisse zum ungedämpften RL-shunt des *Matlab/Simulink*-Modells mit dem Experiment

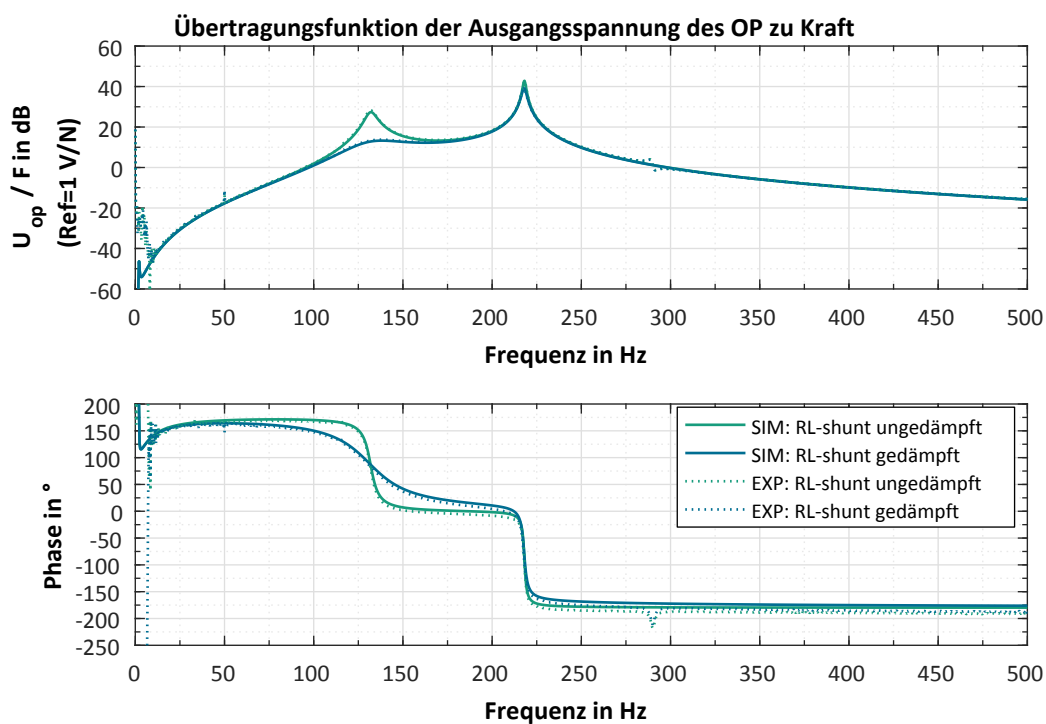


Abbildung 43: Vergleich der Spannungen am OP aus in *Matlab/Simulink* Simulation und Experiment bezogen auf die Anregungskraft

Aufgrund der guten Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation kann an dieser Stelle festgehalten werden, dass der prinzipielle Modellierungsansatz unter Verwendung eines redu-

zierten FE-Modells und einer Gesamtsystemsimulation in der beschriebenen Form validiert ist. Im Nachfolgenden wird untersucht, inwieweit der Ansatz auch für komplexere Schaltungen geeignet ist und welche Vor- und Nachteile sich daraus ergeben.

## 5.2 Modellierung des RC-shunts mit negativer Kapazität (RC<sup>-</sup>)

Verglichen mit dem einfachen RL-shunt, welcher bei geeigneter Wahl des Gyrtors stets stabil ist, handelt es sich bei dem Netzwerk mit negativer Kapazität um eine Schaltung, die laut [114] aktiv und damit instabil sein kann [88]. (Eine genauere Betrachtung der Stabilität erfolgt in Abschnitt 6.1.) Diese Aussage verweist darauf, dass die Behandlung komplexer ist, als die des passiven RL-shunts. Zur Beschreibung des Verhaltens piezoelektrischer Netzwerke mit negativer Kapazität wird in der Literatur meist von einer vereinfachten Darstellung für die negative Kapazität ausgegangen, wie sie bspw. in [37, 38, 90, 114, 138] verwendet wird. Ein solches Modell beschreibt die Realisierung über einen negativen Impedanzkonverter (NIK), wie er schematisch in Abbildung 44 dargestellt ist.

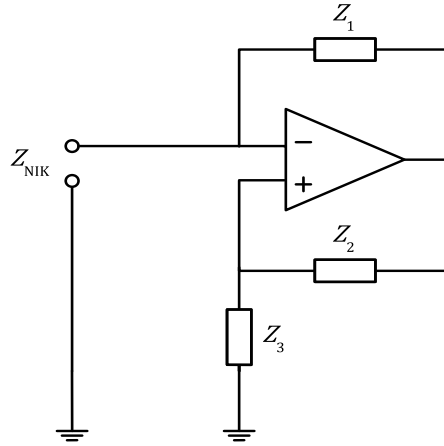


Abbildung 44: Schematische Darstellung eines NIK

Die Impedanz entspricht für den allgemeinen Fall:

$$Z_{\text{NIK}}(s) = -\frac{Z_1 Z_3}{Z_2} \quad (33)$$

Werden bspw. die Impedanzen  $Z_1$  und  $Z_2$  als Widerstände und  $Z_3$  als Kondensator ausgeführt, lässt sich somit eine negative Kapazität synthetisieren, welche über das Verhältnis der beiden Widerstände einstellbar ist.

$$Z_{\text{NIK}}(s) = \frac{1}{C-s} = -\frac{1}{C_3 s} \frac{R_1}{R_2} \quad (34)$$

Somit errechnet sich der idealisierte Wert einer negativen Kapazität zu:

$$C^- = -C_3 \frac{R_2}{R_1} \quad (35)$$

Das physikalische Bauteilverhalten lässt sich mit dem einer spannungsgesteuerten Ladungsquelle vergleichen, da bei Anlegen einer Spannung an den negativen Kondensator aus ihm Ladung in Form eines Stromes fließt, anstelle Ladungen zu speichern, wie es im Fall einer passiven positiven Kapazität wäre. Dieser Strom lädt im Fall des  $RC^-$ -shunts den Piezokondensator zusätzlich auf.

An dieser Stelle bietet es sich an, das Verhältnis aus Piezokapazität zu negativer Kapazität zu definieren:

$$\delta = \frac{C_p}{C^-} \quad (36)$$

Aus Gründen der Stabilität, welche in unterschiedlicher Form und Tiefe in [33, 37, 38] hergeleitet und erläutert werden, darf das Verhältnis  $\delta$  in erster Näherung den Wert -1 nicht unterschreiten. Allerdings ist diese notwendige Grenze nicht hinreichend, weshalb in einer detaillierteren Betrachtung der generalisierte Kopplungsfaktor mit einbezogen wird [38]. Hierauf wird in Abschnitt 6.1 jedoch genauer eingegangen.

### 5.2.1 Analytisches Modell

Wie zuvor beim RL-shunt kann die Impedanz des  $RC^-$ -shunts direkt ins Gleichungssystem des analytischen Modells eingesetzt werden. Hierfür wird Gleichung (34) noch um den seriellen Widerstand des Piezoelements  $R_{ps}$  und einen seriellen Widerstand  $R$  erweitert, zu:

$$Z_{RC^-}(s) = R_{ps} + R - \frac{1}{s} \frac{R_1}{C_3 R_2} \quad (37)$$

Abbildung 45 stellt das Ergebnis der Lösung des analytischen Modells in Form einer Übertragungsfunktion von Kraft zu Beschleunigung am Anbindungspunkt dar. Die Verstimmung des Systems wurde über Variation des Parameters  $R_2$  erreicht, welcher nach Gleichung (35) den Wert der idealisierten negativen Kapazität und somit den Faktor  $\delta$  bestimmt. Der Wert des seriellen Widerstandes  $R$  entspricht  $0,5 \Omega$ .

Die erwartete steigende Verstimmung des Systems hin zu niedrigeren Frequenzen mit steigendem Wert der negativen Kapazität kann prinzipiell identifiziert werden. Jedoch zeigt sich anhand der im Vergleich zum Experiment niedrigeren Amplituden, dass das Modell generell eine zu hohe Dämpfung voraussagt und diese Abweichung mit steigendem Wert  $\delta$  noch weiter zunimmt. Ebenfalls erkennbar ist, dass für moderate Kapazitätsverhältnisse die Frequenzverschiebung noch gut vorhergesagt wird, jedoch ebenfalls mit steigendem  $\delta$  schlechter beschrieben wird.

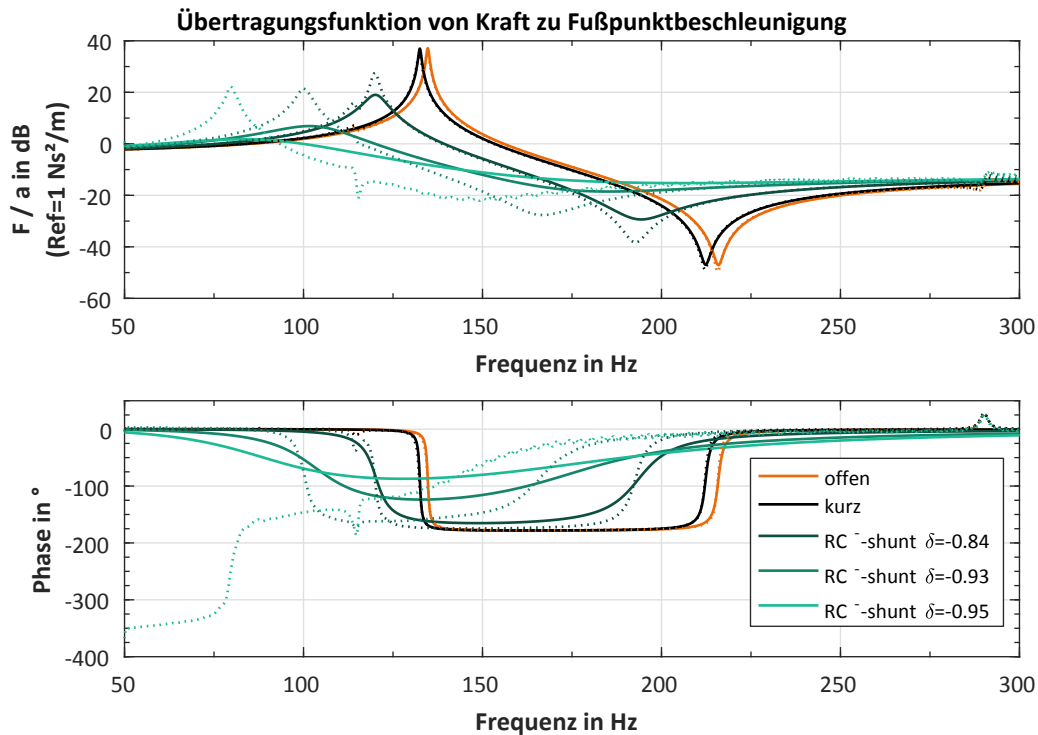


Abbildung 45: Vergleich der Ergebnisse zum RC-shunt des analytischen Modells mit dem Experiment:

— Simulation    --- Experiment

### 5.2.2 Numerische Modellierung in *Matlab/Simulink* und *Matlab/Simscape*

Um zu prüfen, ob die Modellabweichungen aus der idealisierten Betrachtung des NIK stammen und gleichzeitig die Modellgenauigkeit des reduzierten Modells für einen RC-shunt zu analysieren, wird das Modell für *Matlab/Simulink* um eine detailliertere Betrachtung der NIK-Admittanz erweitert. Behrens beschreibt in [114] eine erweiterte Darstellung eines NIK unter Verwendung eines zusätzlichen hochohmigen Widerstandes parallel zu der zu invertierenden Kapazität. Er führt diesen aus Gründen der Kompensation des Offset-Stromes realer OPs ein um zu verhindern, dass der Kondensator eine statische Ladungssättigung erfährt. Zusammen mit dem Kondensator verhält sich die Kombination jedoch als unerwünschter Hochpassfilter. Diesen Sachverhalt nutzt Manzoni in [33] hingegen gleichzeitig als möglichen Optimierungsparameter für die Schwingungsreduktion.

Abbildung 46 zeigt den Aufbau der realen Umsetzung eines NIK, wie er auch im Verlauf der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Experimente zum Einsatz kommt.

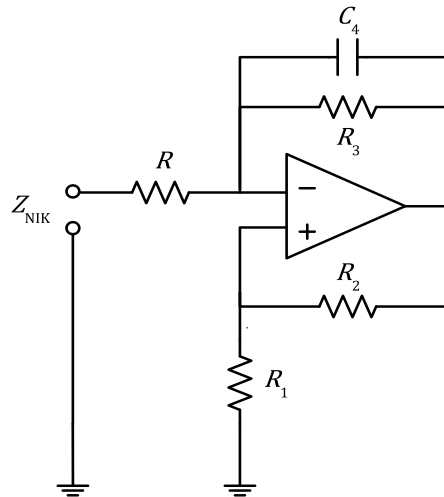


Abbildung 46: Darstellung des in der Simulation und im Experiment verwendeten NIK

Die Gleichung zur Beschreibung der Impedanz aus [33] lautet:

$$Z_{RC^-}(s) = \frac{Rs + (\frac{1}{R_3 C_4})(R - \frac{R_3 R_1}{R_2})}{s + \frac{1}{R_3 C_4}} \quad (38)$$

Stellt man diese um und bringt sie in die Admittanzformulierung zur Weiterverwendung im *Matlab/Simulink*-Modell erhält man Gleichung (39).

$$Y_{RC^-}(s) = \frac{(R_2 R_3 C_4)s + R_2}{(R_2 R_3 R C_4)s + (R R_2) - (R_1 R_3)} \quad (39)$$

Diese lässt sich nun analog zum Vorgehen beim RL-shunt als Transferfunktion in *Matlab/Simulink* integrieren. Die folgenden Ergebnisse beziehen sich auf einen NIK mit  $R_3=765\text{k}\Omega$ . Es zeigte sich, dass dieser Wert für alle untersuchten Parametervariationen für  $R_2$  zu einem stabilen Verhalten führt. Die Wahl des Parameters wurde nach Aspekten gewählt, die in Abschnitt 6.1 genauer beschrieben und diskutiert werden.

Abbildung 47 zeigt wiederum die Übertragungsfunktion von Kraft zu Beschleunigung am Anregungsort mit abnehmendem  $\delta$ .



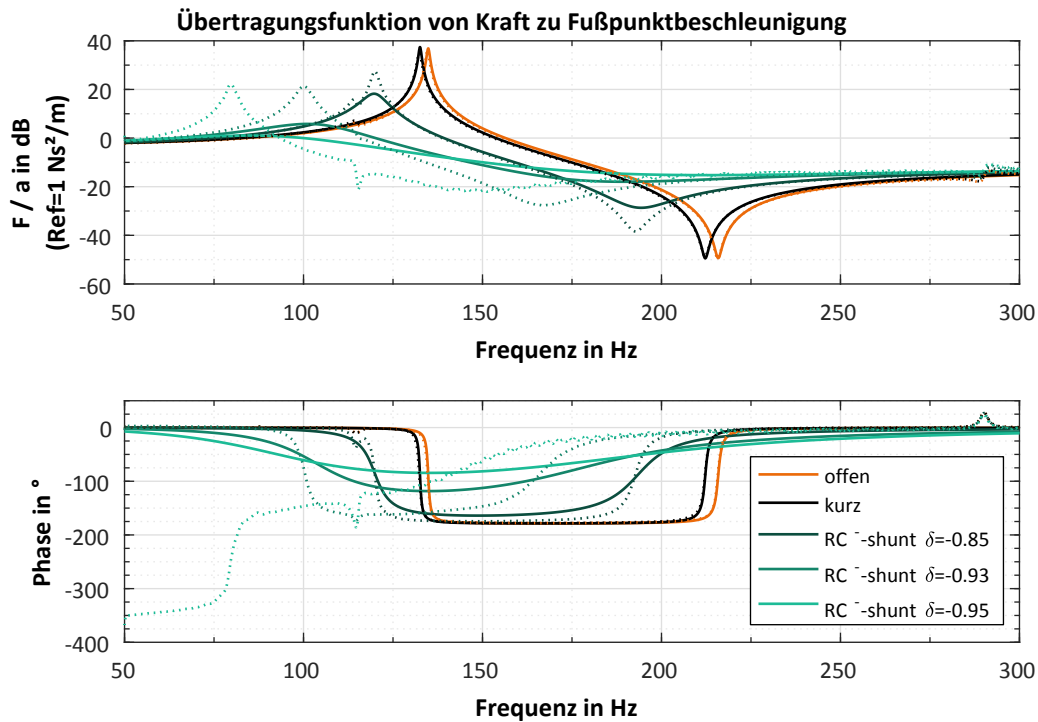


Abbildung 47: Ergebnisse des *Matlab/Simulink*-Modells für den RC-shunt:

— Simulation    --- Experiment

Verglichen mit der analytischen Beschreibung am Zweimassenschwinger zeigt sich ein ähnlicher bis identischer Verlauf. Dies bekräftigt die Aussage, dass das Modellierungsvorgehen prinzipiell geeignet ist. Jedoch lässt sich beim Vergleich mit dem Experiment erneut feststellen, dass das Verhalten des RC-shunts nicht korrekt abgebildet wird. Der zuvor überschätzte Einfluss einer Dämpfung ist ebenso vorhanden und kann demnach auch nicht durch das detailliertere Modell des NIK erklärt werden.

Auch eine Veränderung des Piezomodells konnte den Effekt nicht abbilden, was durch einen Vergleich der Verläufe mit einer *Matlab/Simscape*-Simulation, bei der der serielle Widerstand des Piezoelementes wie in Abbildung 35 wirkt, geprüft wurde. Dies ist insofern nachvollziehbar, als der serielle Widerstand in diesem Fall nur  $0,5\Omega$  betrug. Auf eine Darstellung der Ergebnisse dazu wird deshalb verzichtet.

### 5.2.3 Numerische Modellierung in *ScicosLab*

Erhöht man nun die Modellgenauigkeit der elektrischen Komponenten indem anstelle des idealen OP-Modells das in Unterabschnitt 4.3.3.1 beschriebene *Modelica*-Modell verwendet wird, ergibt sich der in Abbildung 48 gezeigte Verlauf.

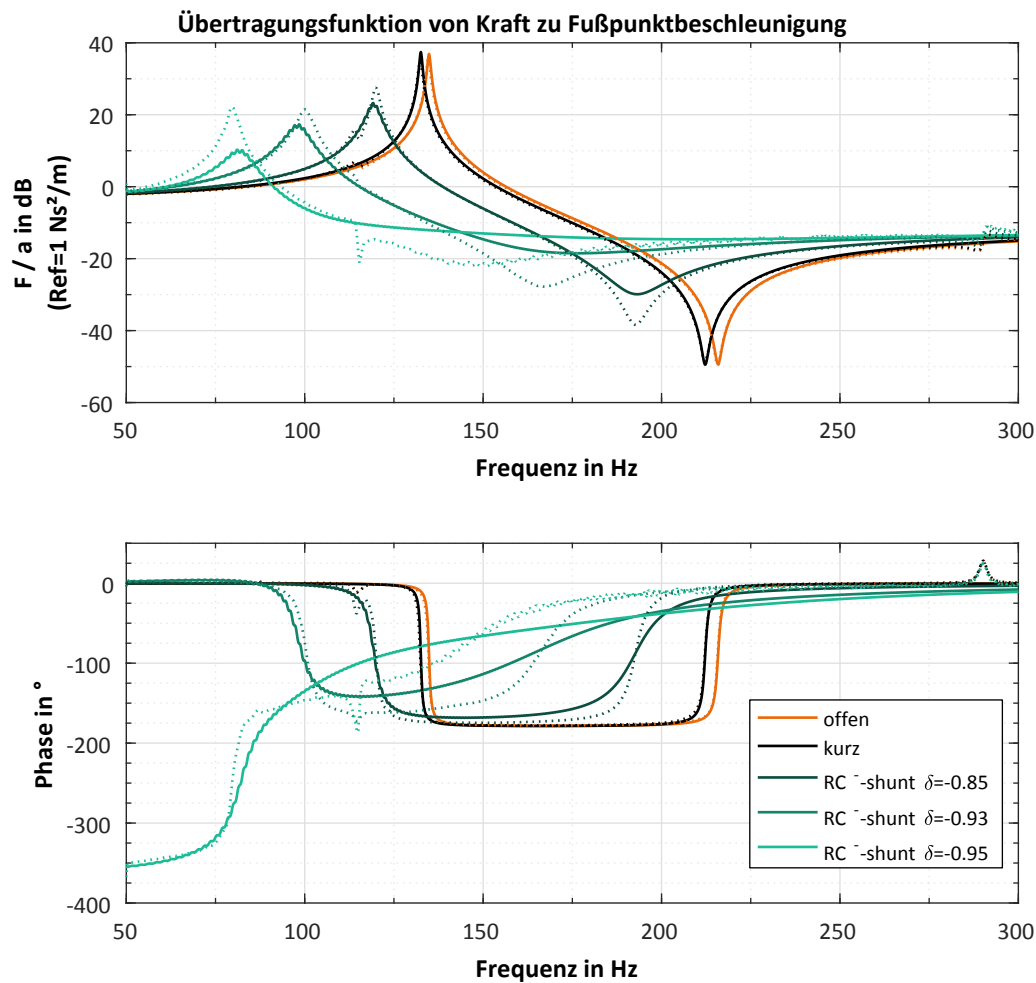


Abbildung 48: Ergebnisse des *Scicos*-Modells für den RC<sup>-</sup>shunt ( $-0,95 \leq \delta \leq -0,85$ ):

— *Scicos*-Simulation    --- Experiment

Wie sich durch Betrachtung der Amplituden im Vergleich zum analytischen Modell und zum *Matlab/Simulink*-Modell zeigt, wird das Verhalten des Experiments in der Eigenfrequenz des geklemmten Systems durch das detaillierte Modell mit *Modelica*-OP besser beschrieben. Bezüglich der Resonanzstelle des Tilgers auf dem Shaker (entspricht der Nullstelle der Kraft in Abbildung 48) hingegen, weist das simulierte Systemverhalten wiederum erhebliche Abweichungen gegenüber dem Versuch auf. Trotz verbleibender Ungenauigkeiten zeigen die Vergleiche erstmals, dass eine Steigerung der Modelltiefe des OPs einen positiven Einfluss auf die Beschreibung des Systemverhaltens mit einer negativen Kapazität hat.

Der Einfluss des OPs wird deutlicher erkennbar, betrachtet man die Verstimmung des Systems und damit den Verstellbereich für  $\delta$  in feinerer Abstufung. Dieser ist in Abbildung 49 deshalb erneut dargestellt. Erkennbar ist, dass die Amplitude nicht mehr streng monoton mit  $\delta$  sinkt, was darauf schließen lassen könnte, dass lediglich ein resistiver Anteil mit  $\delta$  ansteigt, sondern zwischenzeitlich bei  $\delta=-0,94$  ansteigt. Dies könnte darauf hindeuten, dass die Erklärung eher bei Veränderungen in der komplexen Impedanz des NIK bei steigendem  $\delta$  zu suchen wäre. Dieses

## 5. Evaluation der Modelltypen im Vergleich

prinzipielle Verhalten wurde während der Experimente beim Einstellen der Parameter mehrmals in anderen Konfigurationen beobachtet. Da zum Zeitpunkt der Messung jedoch dieser, auf den OP zurückzuführenden, Effekt noch unbekannt war, wurden die Zustände jedoch für eine spätere Auswertung nicht gespeichert. Unter der Annahme, dass dieses Verhalten jedoch tatsächlich auftritt, ließe sich schlussfolgern, dass möglicherweise das OP-Modell zwar relevante Faktoren miteinbezieht, die einen Einfluss auf das Gesamtsystemverhalten haben, das Modell den realen OP jedoch nur ungenau widerspiegelt und dieser Effekt ggf. in einem anderen Parameterbereich experimentell auftritt. Dies könnte daher rühren, dass die Parameter zur Beschreibung des OP als *Spice*-Makromodell großteils Maximalwerte des Datenblattes darstellen und nicht unbedingt die des konkret verwendeten Exemplars. So schwankt bspw. erwiesenermaßen fertigungsbedingt die Offset-Spannung von OPs, was in manchen Baureihen zur Einführung von Kompensationsschaltungen führte.

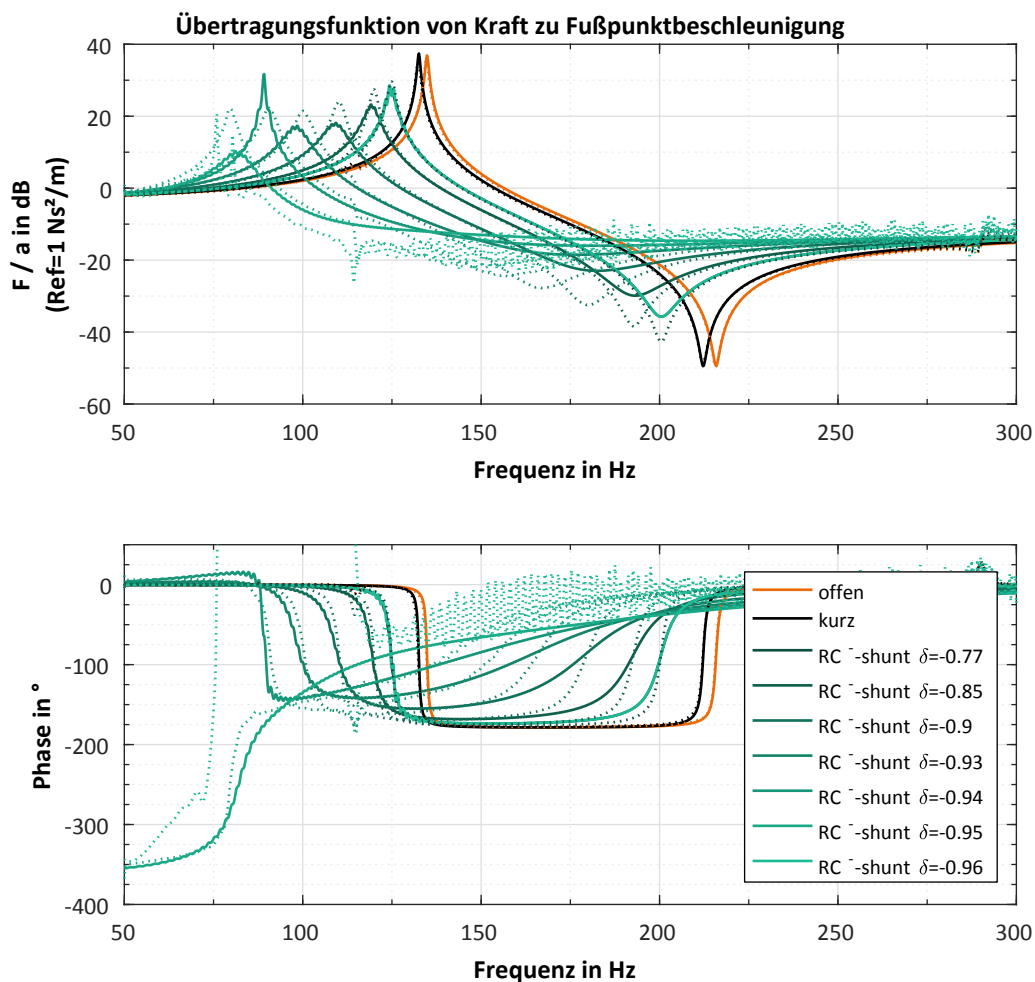


Abbildung 49: Ergebnisse des *Scicos*-Modells für den RC-shunt ( $-0,96 \leq \delta \leq -0,77$ ):

— *Scicos*-Simulation    --- Experiment

Um die Frage nach dem Grund der verbleibenden Abweichungen genauer zu untersuchen soll nachfolgend die Modellgenauigkeit des elektrischen Teils der Simulation diskutiert werden.

### 5.2.4 Diskussion der Modellabweichung

Betrachtet man rückblickend die Ergebnisse der Gesamtsystemsimulation mit RL-shunt scheint das analytische gekoppelte System wie auch das reduzierte gekoppelte System sehr gut das Experiment zu bestätigen. Ebenso zeigen die Ergebnisse zur Wirkung des RL-shunts auf die Struktur sehr hohe Übereinstimmungen. Woher rührt also die verbleibende Modellungenauigkeit bei der Modellierung des RC-shunts, wenn Struktur und Energiewandlung korrekt abgebildet sind? Der Einfluss der im mechanischen Modell verwendeten Rayleigh-Dämpfung wurde geprüft und durch eine modale Dämpfung ersetzt, um eine noch exaktere Übereinstimmung der Verläufe in der Resonanz zu erhalten. Dies konnte jedoch keine Verbesserung der Modellgenauigkeit hinsichtlich der diskutierten Aspekte liefern.

Die Verwendung eines detaillierteren Modells für den OP zeigt, dass dieses einen nicht unbeachtlichen Einfluss auf das prognostizierte Verhalten hat. Eine noch tiefergehende, exaktere Modellierung wäre entsprechend möglicherweise eine Lösung. Gleichwohl stellt sich die Frage, ob das Modell zur Beschreibung der elektrischen Impedanz des RC-shunts evtl. generell lückenhaft ist. Um dies zu prüfen wird die elektrische Impedanz des Netzwerks mit einem Präzisions-Impedanzanalysator vermessen und der Impedanz der Simulation gegenübergestellt. Da sich eine negative Kapazität auf diese Weise alleine nicht vermessen lässt, wird ein Kondensator mit 48nF Kapazität dem NIK in Reihe geschaltet und die Kombination beider vermessen. Der parasitäre Leitungswiderstand von  $1,2\Omega$  und eine Induktivität von  $2,5\mu\text{H}$  der Messkette sind in der Simulation berücksichtigt. Abbildung 50 stellt die Ergebnisse aus Simulation und Messung für drei verschiedene Werte des Kapazitätsverhältnisses  $\delta$  gegenüber. Das verwendete Simulationsmodell entspricht der Transferfunktion der detaillierten NIK-Beschreibung nach Gleichung (38), welches zur Simulation in *Matlab/Simulink* verwendet wurde.

Für alle drei  $\delta$ -Werte entspricht die elektrische Impedanz der Simulation in hohem Maße der des Modells zwischen 20 und 500Hz. Dies gilt für Amplitude und Phase gleichermaßen. (Gerätebedingt war eine Messung bei niedrigeren Frequenzen nicht möglich.) Somit scheint das Modell zur Beschreibung des NIK grundsätzlich geeignet. Allerdings ist die Eingangsspannung, die am NIK anliegt, bei der Messung mit dem Impedanzanalysator auf maximal 1V beschränkt. Es kann daher nicht zweifelslos ausgeschlossen werden, dass das Verhalten bei größeren Spannungs- oder Stromamplituden vom idealen abweicht. Wäre dies der Fall, könnte darüber erklärt werden, warum die Ergebnisse am gekoppelten System mit einem OP-Modell, welches Flankensteilheit und Eingangswiderstand berücksichtigt, von der idealisierten Betrachtung abweichen.

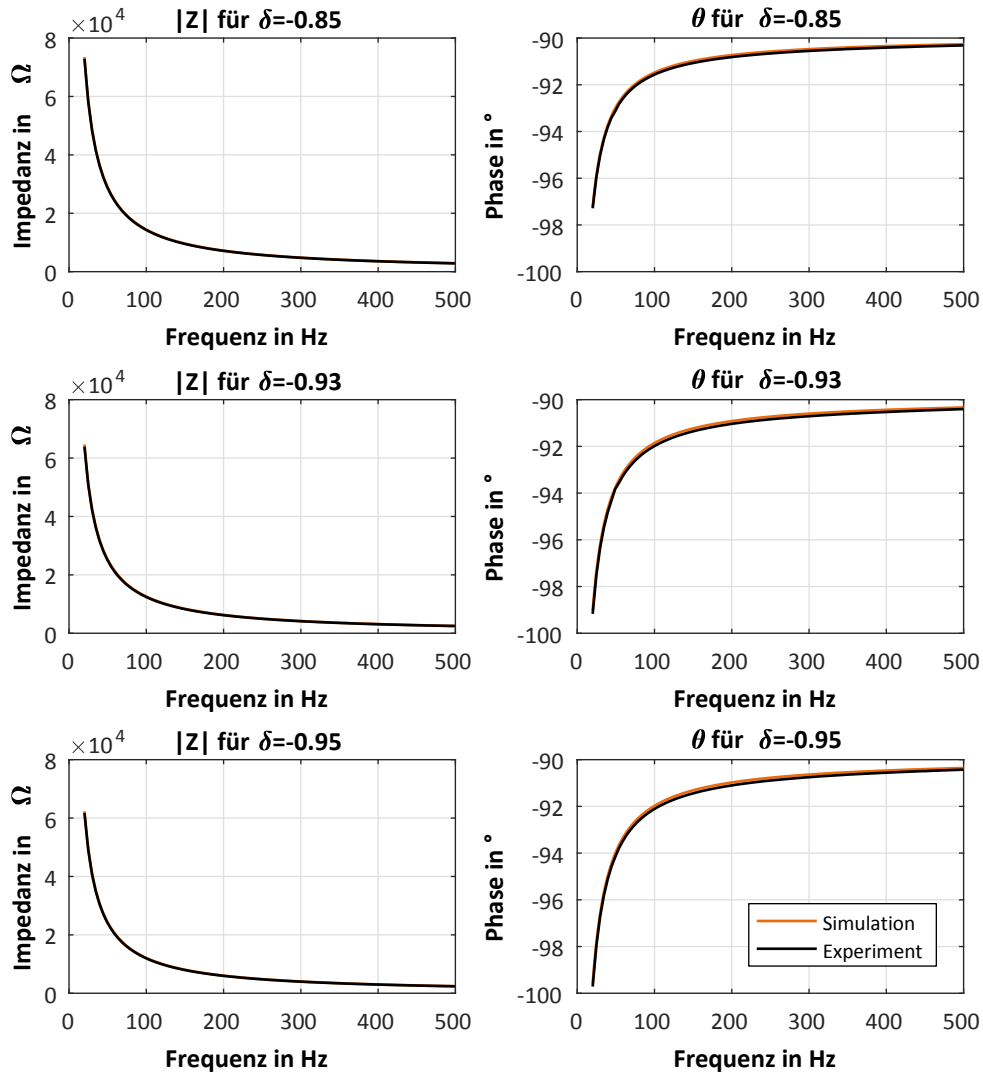


Abbildung 50: Vergleich der berechneten elektrischen Impedanz der Schaltung mit der experimentell bestimmten Impedanz

Einen alternativen Erklärungsansatz für die Abweichung könnte zudem im verwendeten linearen Piezomodell liegen. Zwar deckt das Modell mit den beiden inneren Widerständen  $R_{ps}$  und  $R_{pp}$  bereits die Beschreibung der ohmschen Widerstände ab, die sich messtechnisch mit vertretbaren Mitteln bestimmen lassen, jedoch sind mögliche nichtlineare Phänomene darüber nicht beschreibbar. Die Anwendung dieses konkreten Piezomodells stellt vor dem Hintergrund vergleichbarer Arbeiten aus der Literatur zum Thema keine unzulässige Vereinfachung dar, da nicht selten von noch einfacheren Modellen ausgegangen wird.

Geht man also davon aus, dass die messtechnische Bestimmung der beiden im Modell einbezogenen Widerstände fehlerbehaftet ist oder deren Werte nicht über alle Betriebspunkte konstant sind, bietet es sich an, das Modell zu nutzen, um den Einfluss von Parameterabweichungen diesbezüglich zu prüfen. Deshalb wurden die Werte der beiden Widerstände für den seriellen Innenwiderstand und den parallelen Widerstand des Piezowandlers variiert und der Einfluss auf

das Verhalten des RC-shunts berechnet. In Abbildung 51 sind die Ergebnisse mit angepassten Widerstandswerten dem Experiment gegenübergestellt.

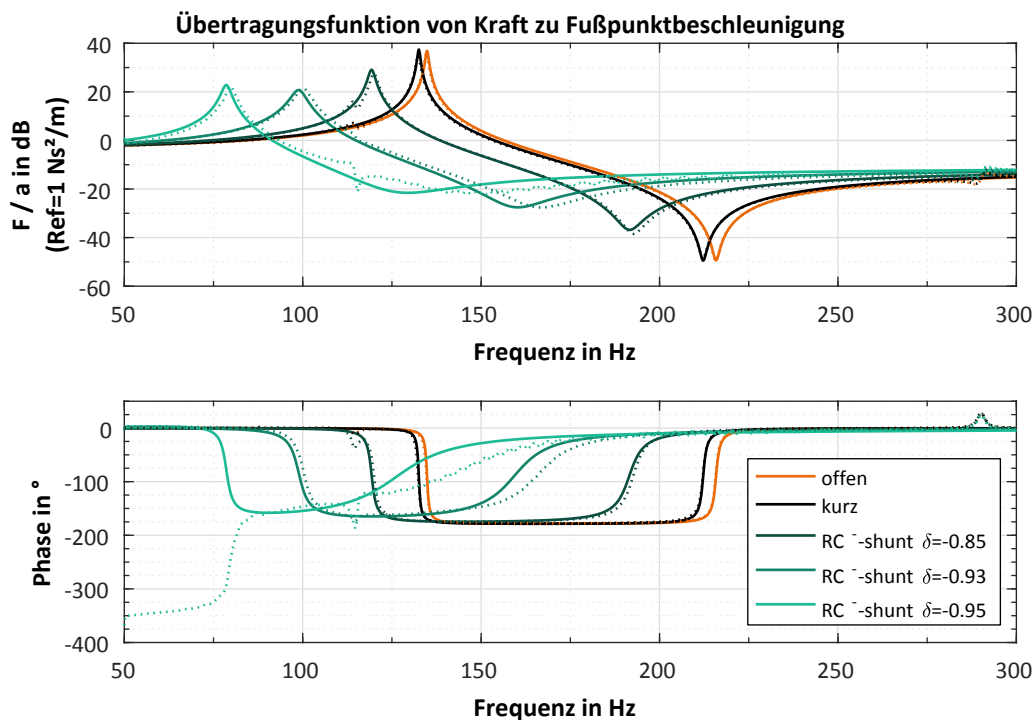


Abbildung 51: Ergebnisse des *Matlab/Simulink*-Modells mit angepassten Widerstandswerten der Piezos:

— Simulation      --- Experiment

Es zeigt sich eine deutlich bessere Übereinstimmung im Vergleich zu den experimentell bestimmten Widerstandswerten. Die Simulation wurde mit dem idealisierten OP-Modell durchgeführt. Die angepassten Werte sind in Tabelle 5 den zuvor verwendeten messtechnisch bestimmten Werten gegenübergestellt. Ohne ein genaueres Piezomodell zur Beschreibung dieses Sachverhaltes aufzustellen, ist die Interpretation der Absolutwerte wenig sinnvoll. Die Befunde deuten tendenziell darauf hin, dass der parallele Widerstand mit sinkendem  $\delta$  zunimmt, während der serielle Anteil abnimmt. Diese Aussage ist jedoch nicht zu verifizieren, da ggf. andere Kombinationen zu ähnlichem Verhalten führen können. Der beschriebene Sachverhalt könnte jedoch darauf hinweisen, dass im Zusammenhang mit der Behandlung von negativen Kapazitäten von zu stark vereinfachten Modellen der Piezoelemente ausgegangen wurde und eine Ausweitung der Betrachtung diesbezüglich ratsam wäre. Diesem Aspekt wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit jedoch nicht tiefergehend nachgegangen, da die physikalische Piezomodellierung hier nicht im Fokus steht. Angemerkt sei zudem, dass das Verhalten des RL-shunts mit den experimentellen Werten sehr gut vorhergesagt wurde, was als starkes Indiz gewertet werden kann, dass kein prinzipieller Messfehler bei der Bestimmung der Widerstände vorliegt. Jedoch unterscheiden sich beide Netzwerke grundlegend in ihrem Charakter. Der RL-shunt ist resonant und das Verhalten des Gyrtors als passiv zu kategorisieren, während der RC-shunt nicht resonant, sondern breitbandig als aktive Ladungsquelle wirkt und die auftretenden Ströme vergleichsweise groß sind.

	Serieller Widerstand	Paralleler Widerstand
Gemessen	476 $\Omega$	0,95 M $\Omega$
Angepasst für $\delta = -0,85$	140 $\Omega$	1,5 M $\Omega$
Angepasst für $\delta = -0,93$	70 $\Omega$	1,2 M $\Omega$
Angepasst für $\delta = -0,95$	70 $\Omega$	1,25 M $\Omega$

Tabelle 5: Experimentell bestimmte und angepasste Widerstandswerte des verwendeten Piezomodells

### 5.3 Modellierung des RL-shunts mit negativer Kapazität ( $RLC^-$ )

Abschließend wird zur Überprüfung der Modellgenauigkeit der komplexere  $RLC^-$ -shunt betrachtet, der den resonanten Charakter des RL-shunts mit den strukturverstimmenden Eigenschaften einer negativen Kapazität vereint. Treten hier vergleichbare Modellungenauigkeiten wie beim  $RC^-$ -shunt auf oder lässt sich evtl. das Verhalten des schmalbandig wirkenden Netzwerks ähnlich gut abbilden, wie das des RL-shunts?

#### 5.3.1 Analytisches Modell

Die Beschreibung der Impedanz des  $RLC^-$ -shunts lässt sich als Reihenschaltung des RL-shunts und des  $RC^-$ -shunts aufstellen. Es existiert zwar noch ein weiterer Typ, bei dem beide Schaltungen quasi parallel ausgeführt sind, jedoch ist der serielle Typ der in der Literatur weiter verbreitete und nach [37] leichter zu handhabende. Idealisiert lässt sich die Impedanz aufstellen zu:

$$Z_{RLC^-} = Ls + R_{ps} + R + \frac{1}{C^-s} \quad (40)$$

Unter Verwendung der Gyratorgleichung (5) und der idealisierten negativen Kapazität (35) lautet die ausführliche Formulierung für Gleichung (40):

$$Z_{RLC^-} = \frac{R_1 R_3 R_5 C_4}{R_2} s + R_{ps} + R - \frac{1}{C_3 s} \cdot \frac{R_1}{R_2} \quad (41)$$

Hierin ist wiederum  $R_{ps}$  der serielle Widerstand des Piezos und  $R$  der serielle Widerstand des Netzwerks. Setzt man dies analog zu den vorangehenden beiden Abschnitten in Gleichung (31) des analytischen Modells, ergibt sich für die Übertragungsfunktion von Kraft zu Beschleunigung bei  $R = 0$  der in Abbildung 52 dargestellte Verlauf. Erkennbar ist eine relativ ausgeprägte Tilgungsfrequenz und die im Vergleich zum RL-shunt größere wirksame Bandbreite, welche sich anhand der größeren Frequenzdifferenz der Lage der beiden neuen Resonanzspitzen zeigt. Übertragen auf das Verhalten eines mechanischen Tilgers verhält sich das System mit  $RLC^-$ -shunt also wie ein Tilger größerer Masse. Die Tilgungsfrequenz ist aufgrund des recht hohen Piezoinnenwiderstandes keine ausgeprägte Nullstelle. Hinsichtlich der Modellgenauigkeit lässt sich, verglichen mit dem RL-shunt feststellen, dass wie im Fall des  $RC^-$ -shunts der resistive Anteil der Schaltung nicht korrekt abgebildet wird.

## 5. Evaluation der Modelltypen im Vergleich

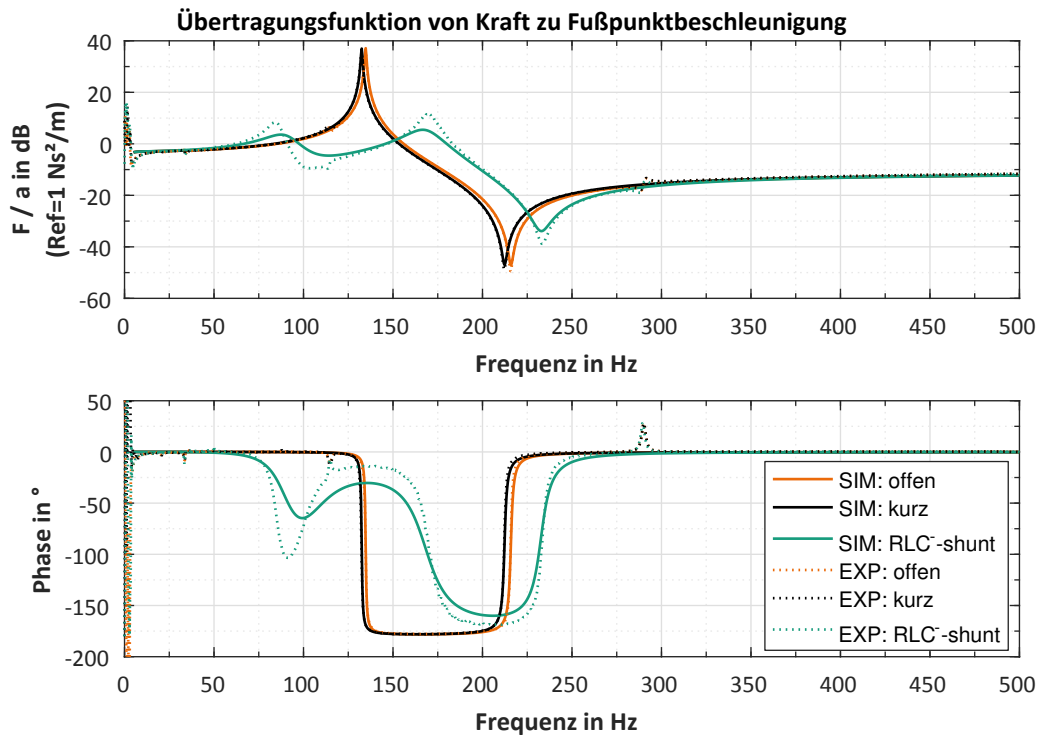


Abbildung 52: Vergleich der Ergebnisse zum ungedämpften RLC-shunt des analytischen Modells mit dem Experiment  $\delta=-0,9$

Fügt man dem Netzwerk eine Dämpfung hinzu, indem der Widerstand R auf  $715\Omega$  vergrößert wird, fällt diese Abweichung weniger stark ins Gewicht und es ergibt sich der Verlauf aus Abbildung 53. Der Widerstand der Schaltung im Modell wird dennoch tendenziell zu groß wiedergegeben, was in diesem Fall am markantesten im Phasenverlauf erkennbar ist.

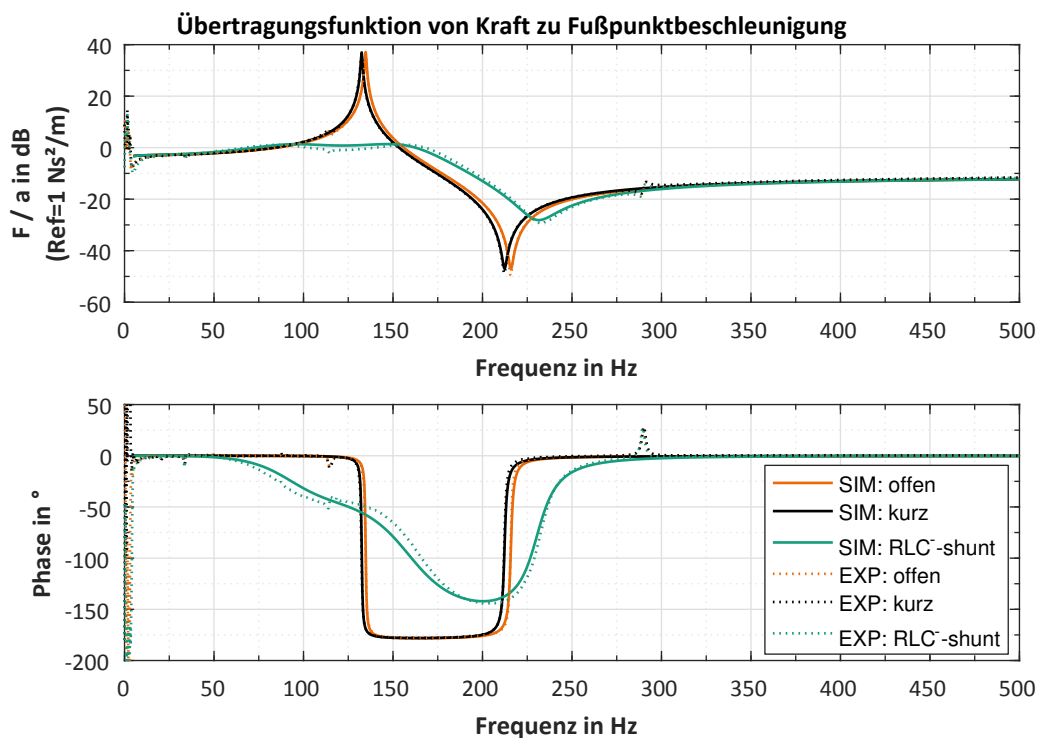


Abbildung 53: Vergleich der Ergebnisse zum gedämpften RLC-shunt des analytischen Modells mit dem Experiment  $\delta=-0,9$



## 5. Evaluation der Modelltypen im Vergleich

Während die Spannung am Piezoelement beim RL-shunt noch nahezu perfekt vorausgesagt werden konnte, finden sich nun auch diesbezüglich Abweichungen, wie anhand der Übertragungsfunktionen von Spannung zu Kraft in Abbildung 54 ersichtlich wird. Gleiches gilt für die Spannung des OP im Gyrator, die nach Gleichung (6) berechnet wurde (vgl. Abbildung 55).

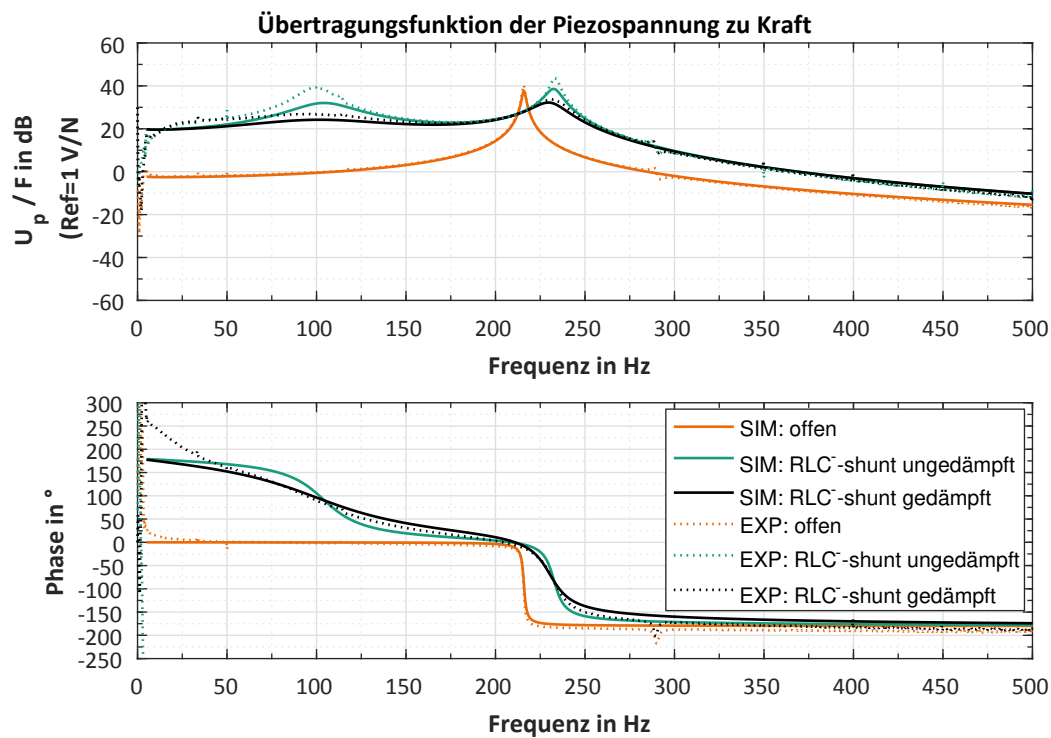


Abbildung 54: Vergleich der Spannungen am Piezoelement aus Simulation und Experiment  $\delta=-0,9$

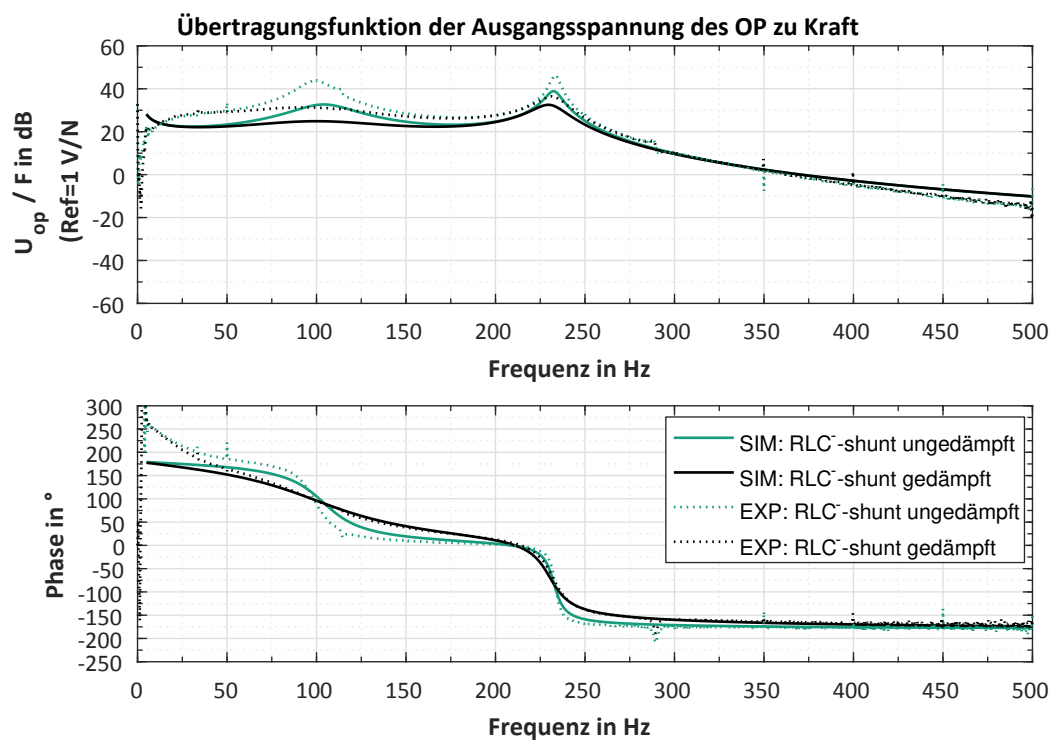


Abbildung 55: Vergleich der Spannungen am OP aus Simulation und Experiment  $\delta=-0,9$

### 5.3.2 Numerische Modellierung in *Matlab/Simulink* und *Matlab/Simscape*

Da analog zu Unterabschnitt 5.2.2 die gleiche Modelltiefe für die negative Kapazität verwendet werden soll, bisher jedoch keine Beschreibung der Impedanz für den RLC-shunt unter Einbeziehung des hochohmigen parallelen Widerstandes  $R_3$  innerhalb des NIK bekannt ist, wird diese auf Basis von Gleichung (38) hergeleitet. Die Gesamtimpedanz des seriellen RLC-shunts lässt sich nach Gleichung (40) als Kombination der Impedanz des RL-shunts und des RC-shunts schreiben, wobei einer der seriellen Widerstandswerte  $R$  entfernt, also bspw. die Impedanz des reinen L-shunts verwendet werden muss.

$$\mathbf{Z}_{RLC-}(s) = \mathbf{Z}_L(s) + \mathbf{Z}_{RC-}(s) \quad (42)$$

Auf eine weitere Integration der Gyrtorgleichung zur Beschreibung der Induktivität wird an dieser Stelle verzichtet, da bisher wiederholt der ideale Charakter der Schaltung bei geeigneter Auslegung gezeigt werden konnte. Somit vereinfacht sich  $\mathbf{Z}_L$  zu:

$$\mathbf{Z}_L(s) = Ls \quad (43)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (38) und (52) ergibt sich nach Umformung in Admittanzform:

$$\mathbf{Y}_{RLC-}(s) = \frac{R_2 R_3 C_4 s + R_2}{(LR_2 R_3 C_4)s^2 + (LR_2 + RR_2 R_3 C_4)s + (RR_2 - R_1 R_3)} \quad (44)$$

Setzt man diese Admittanz nach dem bereits bekannten Verfahren als Transferfunktion in *Matlab/Simulink* ein, ergibt sich für den ungedämpften Fall die Übertragungsfunktion von Kraft zu Fußpunktbeschleunigung aus Abbildung 56; für den gedämpften Fall der Verlauf aus Abbildung 57. Wiederum zeigt sich zum einen ein zu stark gedämpfte Verlauf und zum anderen, dass der Unterschied zum idealisierten Modell des NIK auch hier äußerst gering ist, da  $R_3$  mit 765k $\Omega$  vergleichsweise groß ist. Die Ergebnisse der berechneten Spannungen liefern keine neuen Erkenntnisse (siehe Anhang C).

Anzumerken ist an dieser Stelle, dass die auf diese Weise berechnete Konfiguration des RLC-shunts instabil ist, was an einer positiven Polstelle des linearisierten Systems (closed loop) erkennbar ist. Demzufolge wird durch die verfälschte Repräsentation der Dämpfung die Stabilität des Kreises falsch vorhergesagt. Demgegenüber war diese Konfiguration im Experiment stabil.

## 5. Evaluation der Modelltypen im Vergleich

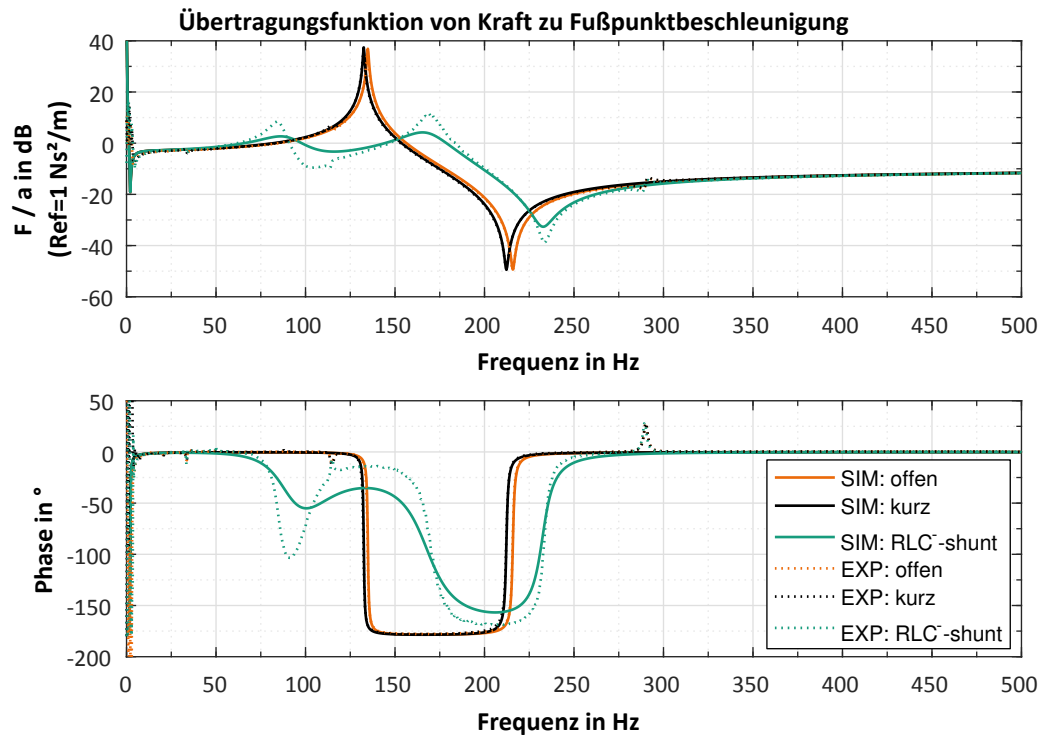


Abbildung 56: Vergleich der Ergebnisse zum ungedämpften RLC-shunt des *Matlab/Simulink*-Modells mit dem Experiment  $\delta=0,9$

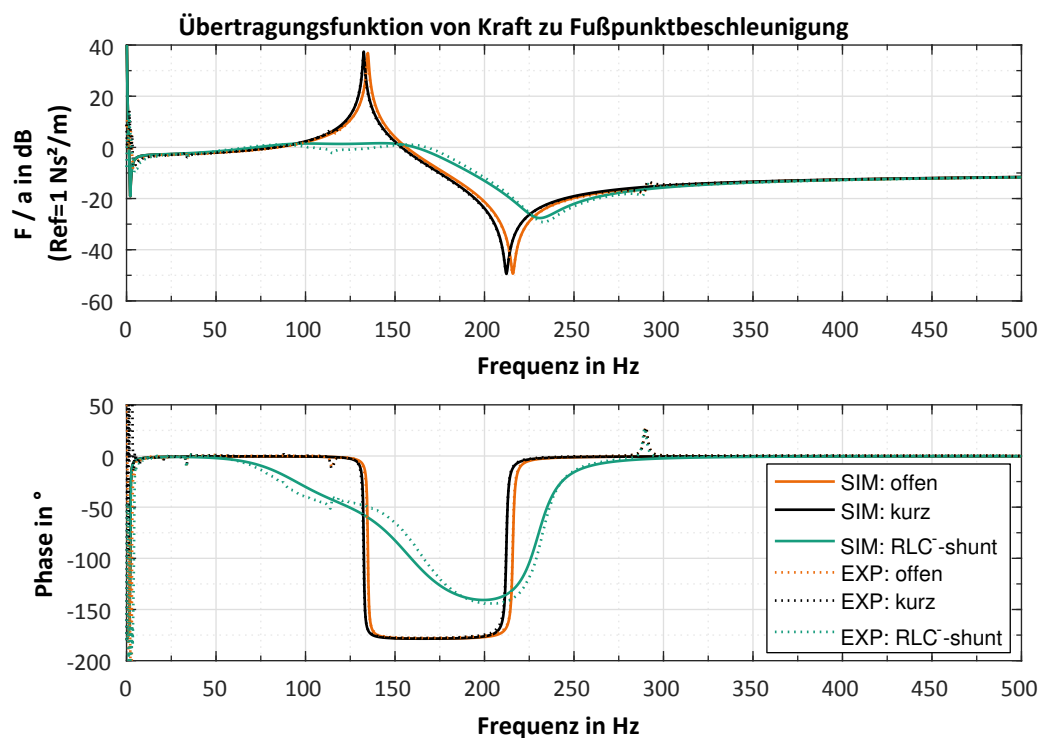


Abbildung 57: Vergleich der Ergebnisse zum gedämpften RLC-shunt des *Matlab/Simulink*-Modells mit dem Experiment  $\delta=0,9$

### 5.3.3 Numerische Modellierung in ScicosLab

Eine abschließende Betrachtung des RLC<sup>-</sup>shunts mit dem detaillierten OP-Modell in *ScicosLab* führt zu den dargestellten Übertragungsfunktionen aus Abbildung 58 und Abbildung 59.

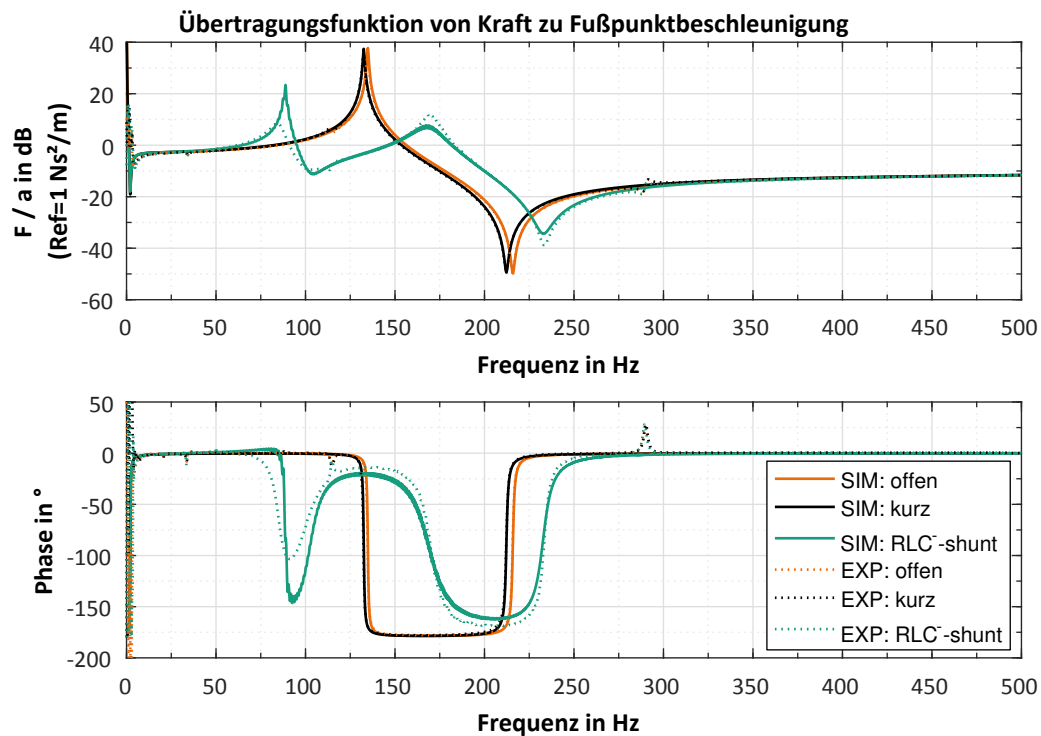


Abbildung 58: Vergleich der Ergebnisse zum ungedämpften RLC<sup>-</sup>shunt des *ScicosLab*-Modells mit dem Experiment  $\delta=0,9$

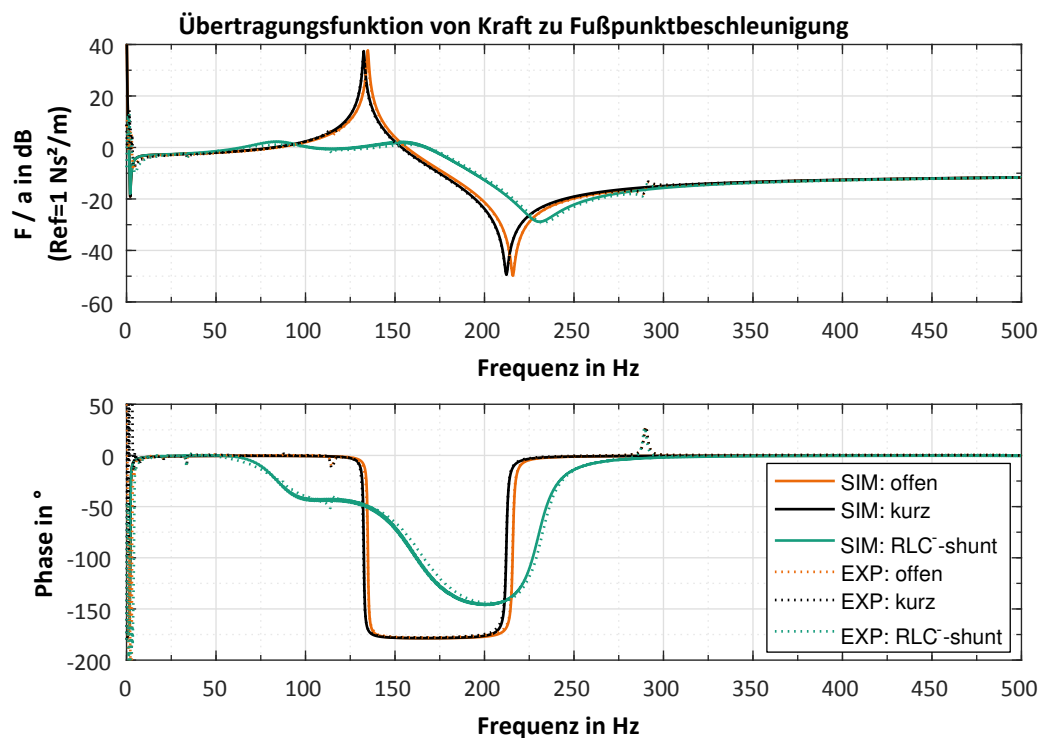


Abbildung 59: Vergleich der Ergebnisse zum gedämpften RLC<sup>-</sup>shunt des *ScicosLab*-Modells mit dem Experiment  $\delta=0,9$

Erneut zeigt sich die bessere Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation, verglichen mit der idealisierten OP-Betrachtung in *Matlab/Simulink*. Weiterhin ist das System bei gleichen Simulationsparametern im Gegensatz zum *Matlab/Simulink*-Modell stabil, was die Vorzüge dieser detaillierteren Modellierung bestätigt.

### 5.3.4 Anpassung der Parameter des Piezomodells

Wird in Anlehnung der Betrachtungen in Unterabschnitt 5.2.4 eine Anpassung der Piezowiderstände für den RLC-shunt vorgenommen, lässt sich hierdurch der Verlauf der Übertragungsfunktion von Kraft zu Beschleunigung an die Messungen anpassen. Eine Annahme von  $1,2\text{M}\Omega$  als paralleler Piezowiderstand  $R_{pp}$  und  $190\Omega$  als serieller Piezowiderstand  $R_{ps}$  ergibt für den ungedämpften und gedämpften Fall den Verlauf aus Abbildung 60 und Abbildung 61. Die gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment verweist wiederum darauf, dass auf diese Weise eine genauere Beschreibung des Systems möglich ist und bekräftigt somit die Hypothese, dass die Abweichungen darauf zurückzuführen sind, dass das Piezomodell unzureichend genau zur Beschreibung eines piezoelektrischen Netzwerkes mit negativer Kapazität geeignet ist.

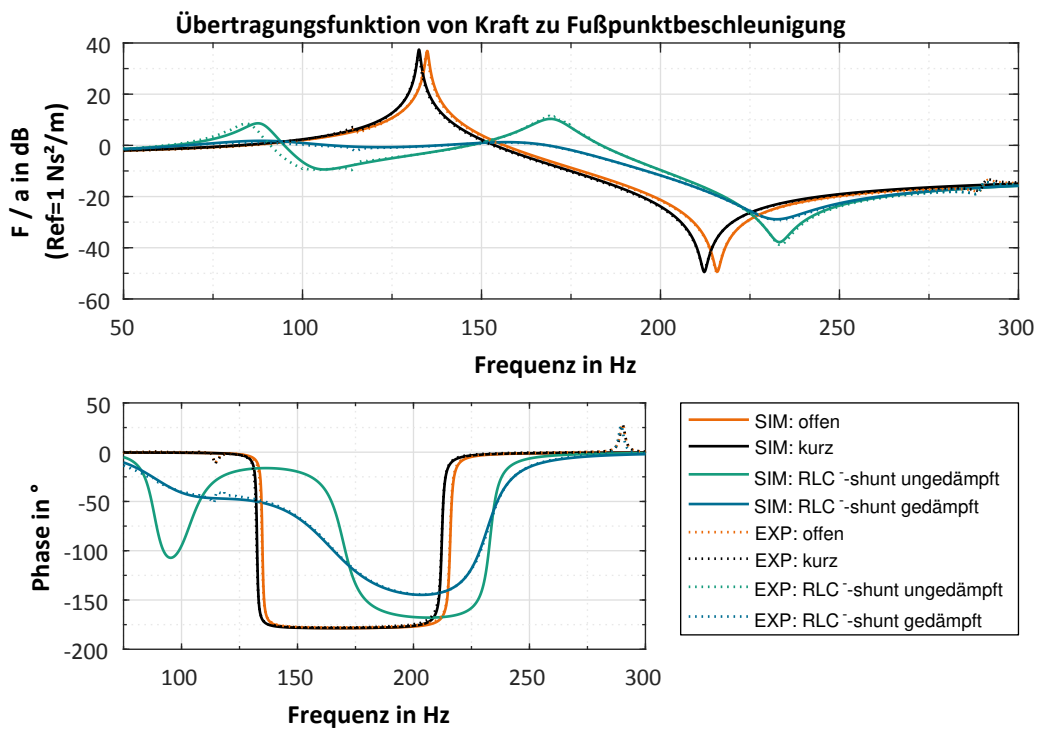


Abbildung 60: Vergleich der Ergebnisse des über Variation von  $R_{pp}$  angepassten *Matlab/Simulink*-Modells:  
 $R_{pp} = 1,2\text{e}6$  |  $R_{ps} = 190$  |  $\delta = -0,9$

## 5. Evaluation der Modelltypen im Vergleich

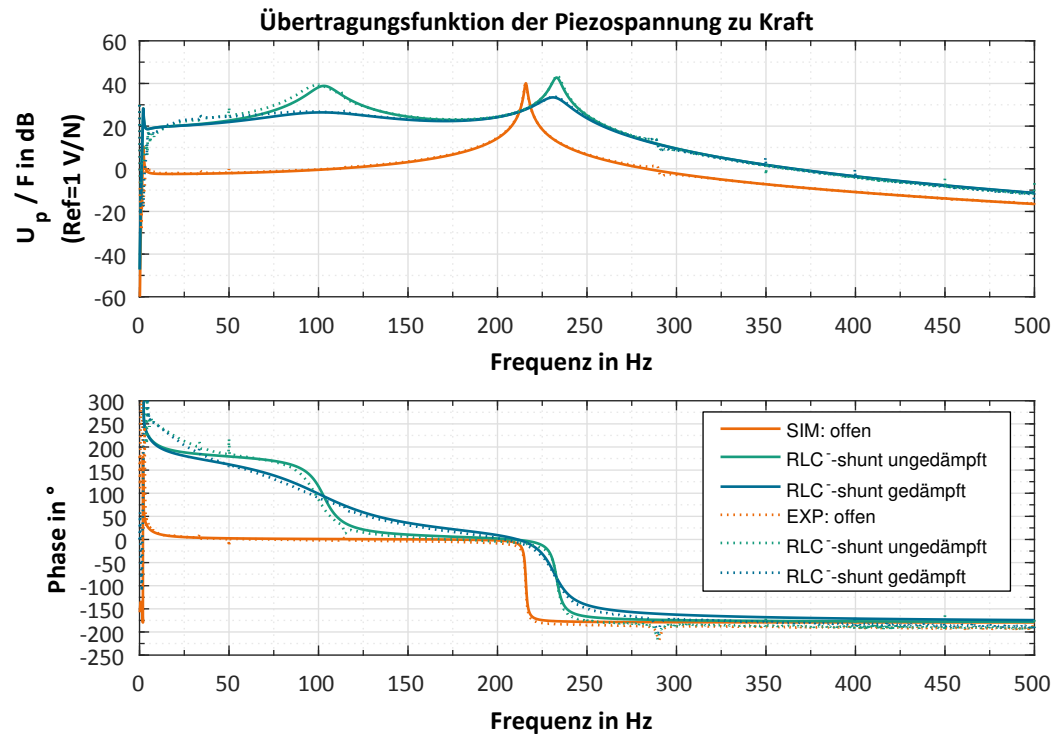


Abbildung 61: Vergleich der Spannungen am Piezoelement des über Variation von  $R_{pp}$  angepassten *Matlab/Simulink*-Modells bezogen auf die Anregungskraft:  
 $R_{pp} = 1,2e6$  |  $R_{ps} = 190$  |  $\delta = -0,9$

## 6. Reflektion und Diskussion zentraler Designparameter

Die in Kapitel 4 beschriebene und in Kapitel 5 evaluierte Methodik einer Gesamtsystemmodellierung eignet sich prinzipiell für alle Trägerstrukturen, die sich mittels FE-Modellen genügend genau abbilden lassen. Ebenso lassen sich verschiedenste piezoelektrische Netzwerke darüber beschreiben und analysieren. Zudem bietet der Ansatz die Möglichkeit detailliert auf Aspekte im Systementwurf einzugehen, die bei einer getrennten oder idealisierteren Betrachtung nur eingeschränkt möglich wären. Im Folgenden soll anhand ausgewählter Entwurfparameter das Potenzial des Modellierungsansatzes veranschaulicht und exemplarisch auf einige spezielle Details der Netzwerke mit einer negativen Kapazität eingegangen werden.

### 6.1 Stabilität

Wie bereits in Abschnitt 3.2 erwähnt, handelt es sich bei dem piezoelektrischen Netzwerk mit einer negativen Kapazität um ein aktives Netzwerk, welches demzufolge Energie in das System einbringen kann, die über die insgesamt dissipierte Energie hinausgeht. Somit kann das System bei ungünstiger Auslegung instabil werden. In der Literatur wird bezüglich der einzuhaltenden Stabilitätsgrenzen von Definitionen unterschiedlicher Modellgenauigkeit gesprochen. Die einfachste Bedingung für Stabilität gibt [90] vor, indem das Netzwerk über eine Reglerübertragungsfunktion beschrieben und ein Phasensprung von  $180^\circ$  hergeleitet wird, sobald der Wert der negativen Kapazität betragsmäßig der Piezokapazität entspricht oder genauer diese „leicht unterschreitet“. Somit wäre das System instabil. Die zugehörige Stabilitätsbedingung unter Verwendung des Faktors  $\delta$  für das Verhältnis von Piezokapazität zu negativer Kapazität lautet:

$$\delta > \delta_{kritisch} > -1 \quad (45)$$

Eine genauere Beschreibung verwenden u.a. [37, 38], indem die Kopplung des Piezowandlers mit der Struktur miteinbezogen wird. Hiernach lautet die Stabilitätsbedingung:

$$\delta > \delta_{kritisch} = (K^2 - 1) \quad (46)$$

Führt man weiter einen Sicherheitsfaktor  $\gamma$  als Maß für den Abstand zur Stabilitätsgrenze wie in [118] ein, so gilt schließlich:

$$\delta > \delta_{kritisch} = (K^2 - 1) \gamma \quad (47)$$

Der Faktor  $\gamma$  repräsentiert in diesem Fall keine physikalische Eigenschaft, sondern beschreibt lediglich den Sicherheitsabstand zum theoretischen Maximalwert für  $\delta$ , welcher in der Literatur häufig durch Erfahrungswerte zum Erzielen eines stabilen Verhaltens miteinbezogen ist. Ein konkreter Grund für die Notwendigkeit dessen und eine Methode wie sich der quantitative Wert dafür ableiten lässt wird bisher nicht gegeben. [33] zeigt jedoch einen Einfluss elektrischer Netzwerkparameter auf die Stabilitätsgrenze.

Für den in den Kapiteln 4 und 5 beschriebenen Tilger mit einem generalisierten elektromechanischen Kopplungsfaktor von 0,189 läge nach Gleichung (46) die theoretisch erreichbare Stabilitätsgrenze bei einem  $\delta$  von -0,964. Wie bereits gezeigt wurde, kann der Wert  $\delta$  über die beiden Netzwerkparameter  $R_1$  und  $R_2$  aus Gleichung (34) variiert werden, diese sind somit fest mit  $\delta$  verknüpft. Weiterhin wurde in Abschnitt 5.2 der Einfluss der Parameter  $R_3$  und  $R$  aus Gleichung (37) zur Beschreibung der realen Umsetzung eines NIK erörtert. Diese sind bisher nicht konkret für eine Auslegung definiert und dienen lediglich zur Beeinflussung des Innenwiderstandes und somit der Dämpfung des Netzwerks. Um den Einfluss dieser beiden Parameter auf die Gesamtstabilität zu prüfen und somit den Sicherheitsfaktor  $\gamma$  quantifizierbar zu machen, wurden sie in einem Experiment analog zum Vorgehen in Abschnitt 5.2 als variable Potentiometer umgesetzt. Für drei verschiedene Werte des Widerstandes  $R$  wurde die Stabilitätsgrenze bei einer Variation von  $R_3$  untersucht. Hierzu wurden für charakteristische Kombinationen dieser beiden Bauteilwerte, der Wert  $\delta$  sukzessive verringert, bis das System instabiles Verhalten zeigte. Abbildung 62 zeigt die so ermittelte Stabilitätskarte des Versuchsaufbaus mit einem RC-shunt.

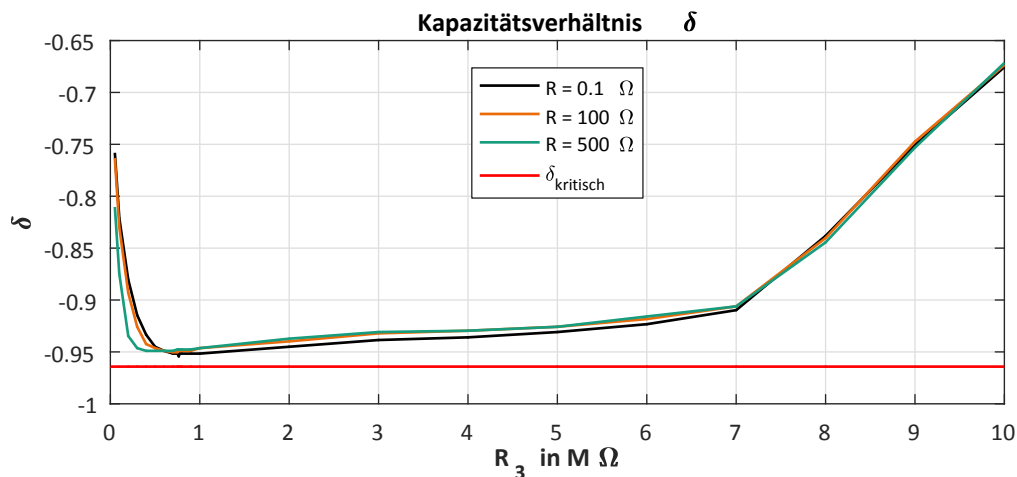


Abbildung 62: Experimentell ermittelte Stabilitätskarte bei unterschiedlichen Werten des seriellen Widerstandes  $R$  als Funktion von  $R_3$  bezogen auf das idealisierte  $\delta$

Theoretisch sollte oberhalb der rot dargestellten Linie das System stabil sein. Diese Grenze entspricht der in der Literatur verwendeten Stabilitätsgrenze nach Gleichung (46). Im Versuch liegt der stabile Bereich jedoch oberhalb der drei zusätzlich aufgetragenen Linien, welche jeweils dem Verlauf für einen konstanten Wert  $R$  entsprechen. Somit lässt sich experimentell nachweisen, dass tatsächlich ein Sicherheitsfaktor  $\gamma$  gewählt werden muss und die bisher verwendete Modelltiefe nicht ausreicht, um die Stabilität vollständig zu beschreiben. Außerdem ist der Einfluss der beiden Widerstände auf die Stabilität bestätigt. Der experimentell ermittelte Maximalwert von  $\gamma$  für diesen Versuchsaufbau liegt demnach bei 98,98% für  $R = 0,1 \Omega$ . Nachfolgend wird geprüft, ob dieses Verhalten über die numerische Modellbeschreibung des Gesamtsystems abbildbar und somit als Methode zur Bestimmung des Sicherheitsfaktors  $\gamma$  geeignet ist.

Zu diesem Zweck wurde der Versuch erneut für fest definierte Kapazitätsverhältnisse  $\delta$  durchgeführt. Für einen Vergleich wurde zudem eine numerische Variation der Parameter auf Basis



des in Unterabschnitt 5.2.2 beschriebenen Modells in *Matlab/Simulink* durchgeführt. Um die Stabilität in der Simulation zu bestimmen, wurde eine automatisierte Linearisierung des gekoppelten Gesamtsystems für jede Variante durchgeführt und die Pole des geschlossenen Regelkreises hinsichtlich ihrer Lage in der komplexen Ebene beurteilt. Dieses Vorgehen wurde gewählt, da sich die gängigen Methoden zur Stabilitätsbeurteilung nur bedingt zur Untersuchung komplexer Reglerparameter eignen, die über einfache Verstärkungsfaktoren hinausgehen. Deshalb können einfache Methoden wie die Wurzelortskurvendarstellung in *Matlab* nicht direkt angewandt werden.

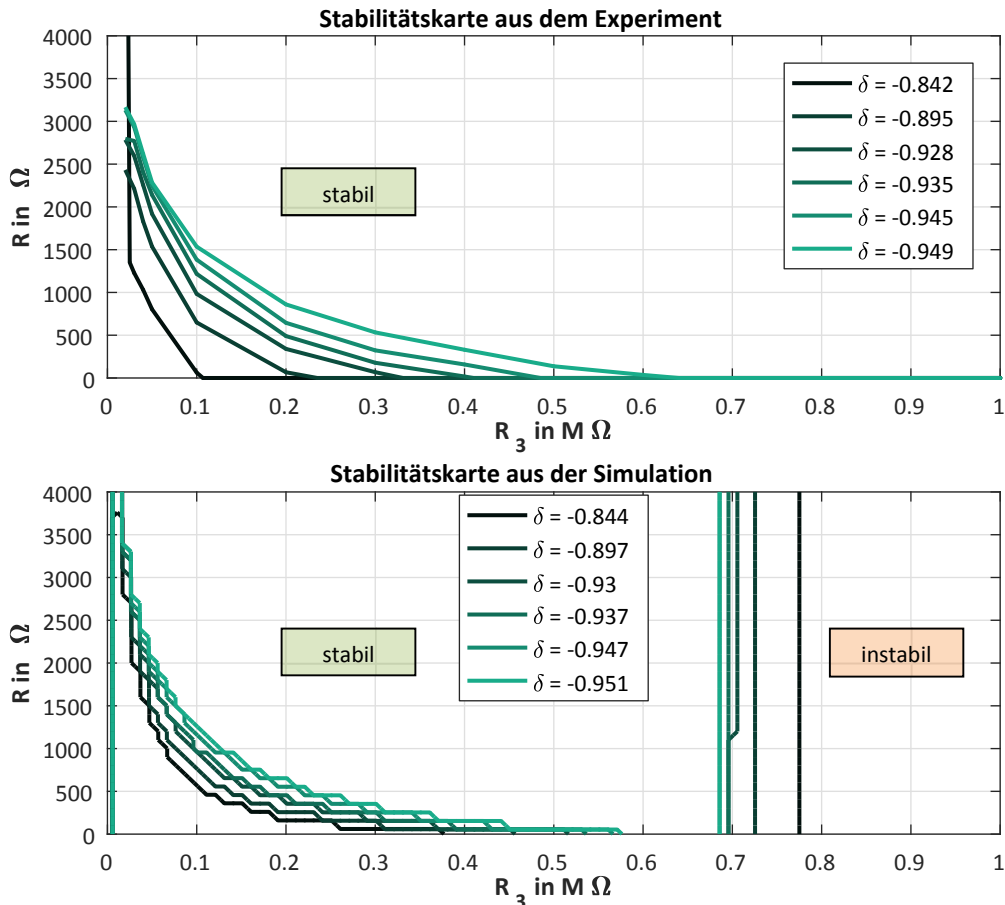


Abbildung 63: Experimentell (oben) ermittelte und numerisch (unten) vorhergesagte Stabilitätskarte für verschiedene  $\delta$ -Werte

Die Ergebnisse aus Versuch und Experiment zu diesem Vorgehen sind in Abbildung 63 in Form einer Stabilitätskarte aufgetragen. Der prinzipielle Verlauf der Stabilitätsgrenze aus der numerischen Berechnung wird vom Versuch bestätigt. In beiden Fällen zeigt sich ein charakteristischer Bereich innerhalb dessen stabiles Verhalten vorliegt. Mit abnehmenden Widerstandswerten für  $R$  und  $R_3$  beginnt ein instabiler Bereich. Eine weitere Grenze liegt bei hohen Werten für  $R_3$  vor. Dieser hier nur in der Simulation zu erkennende Bereich liegt im Experiment bei weit größeren Werten und beginnt für ein  $\delta$  von -0,949 bei der noch dargestellten Grenze von  $1M\Omega$ . Aufgrund der besseren Darstellbarkeit des Vergleiches bei gleicher Skalierung sind die darüber liegenden Grenzklinien nicht mehr aufgetragen. Das prinzipielle Verhalten ist jedoch ebenso vom Modell

abgebildet. (Die erweiterte Darstellung des vollen Bereichs befindet sich in Anhang E.) Eine zur besseren Visualisierung erzeugte dreidimensionale Darstellung der numerischen Stabilitätskarte zeigt die nachfolgende Abbildung 64. Die Werte  $\delta$  zwischen Experiment und Simulation weichen minimal voneinander ab, da das FE-Modell nicht exakt die Kapazität der Piezowandler trifft und für diesen Vergleich die Bauteilwerte  $R_1$  und  $R_2$  einander entsprachen und nicht etwa  $\delta$  exakt gleichgesetzt wurde.

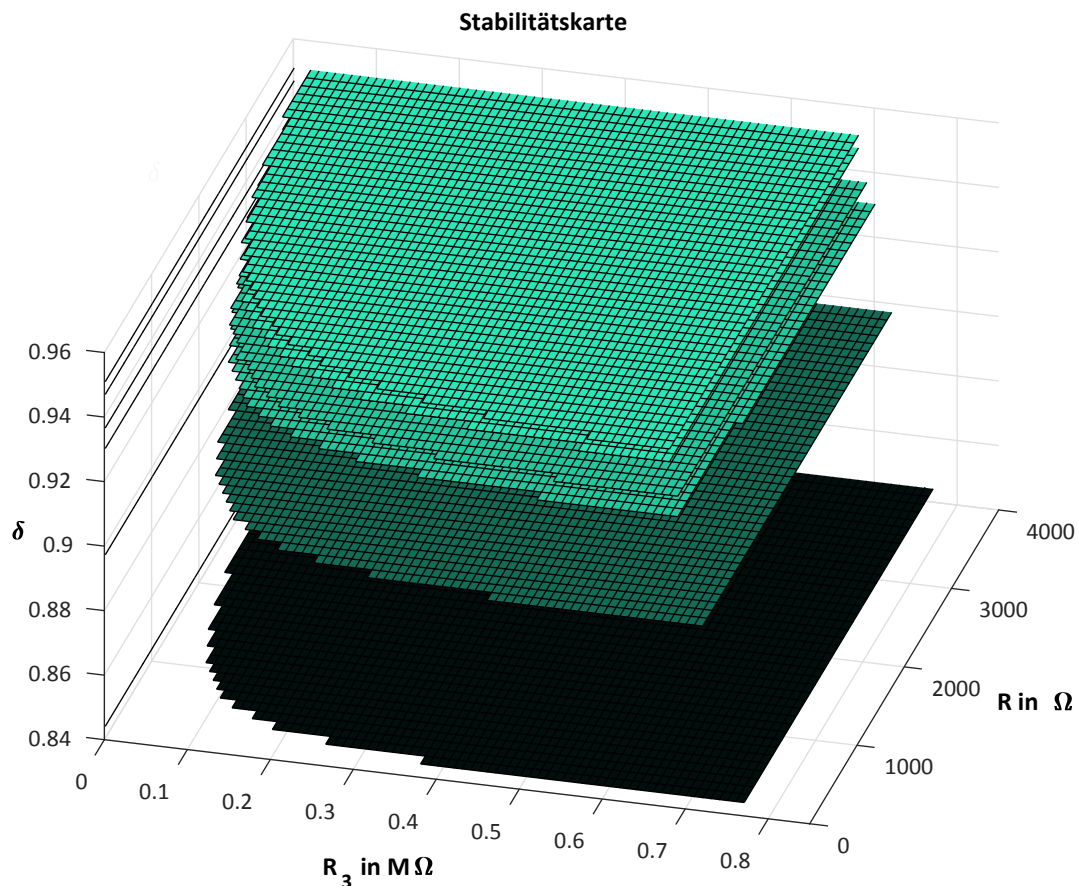


Abbildung 64: 3D-Ansicht der numerisch vorhergesagten Stabilitätskarte

Im Bereich noch höherer Widerstandswerten für  $R$  bleibt das System stabil, allerdings entspricht dies bereits so großen Widerständen, dass das Verhalten sich dem eines offenen Kreises annähert und sich nicht mehr die Eigenschaft eines Netzwerkes mit negativer Kapazität mit der charakteristischen Frequenzverstimmung zeigt. Zur Verdeutlichung des Einflusses des Parameters  $R$  auf das mechanische Übertragungsverhalten am Anbindungspunkt sind in Abbildung 65 alle Übertragungsfunktionen bei einem Widerstandswert  $R_3$  von 0,451  $M\Omega$  bei einem  $\delta$  von -0,95 dargestellt, die ein stabiles Verhalten aufzeigen.

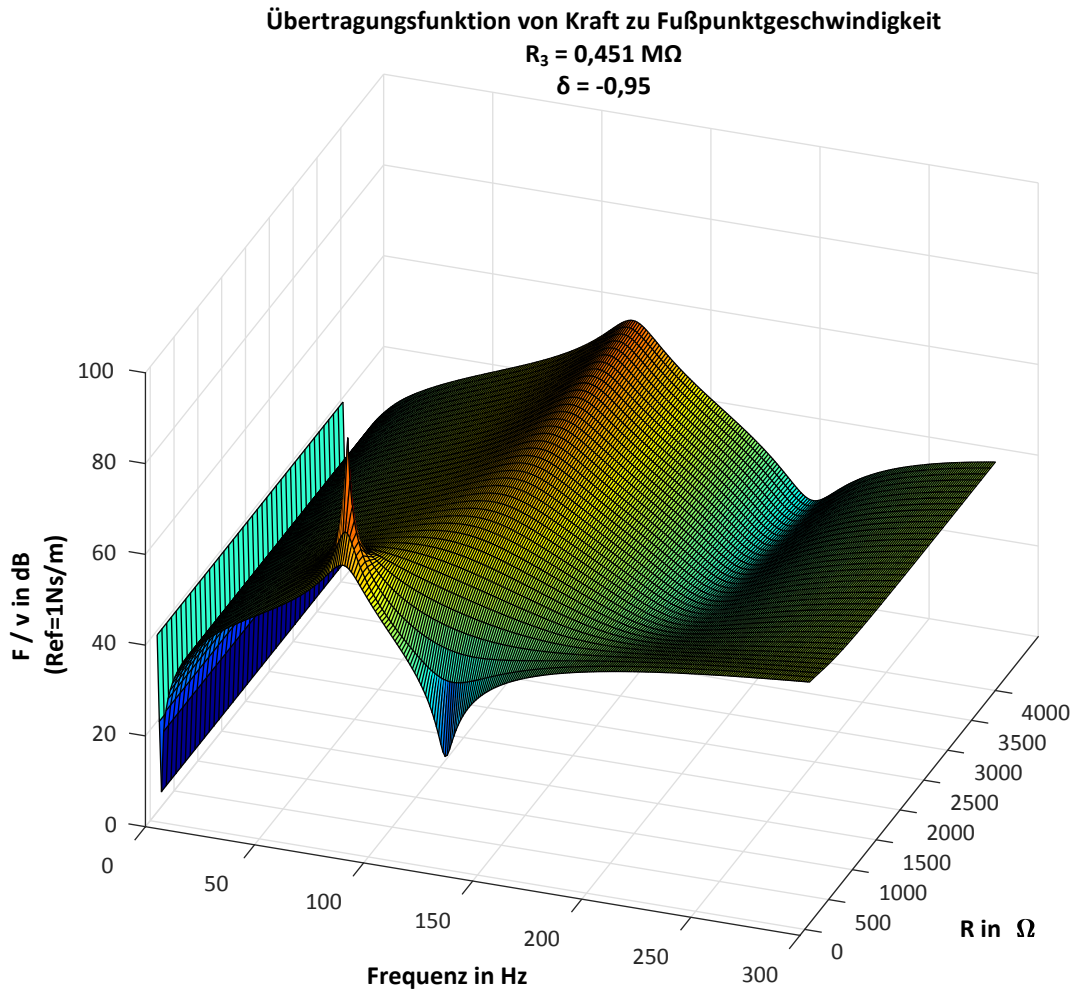


Abbildung 65: Stabile Übertragungsfunktionen von Kraft zu Fußpunktgeschwindigkeit für  $\delta = -0,95$  und  $R_3 = 0,451 \text{ M}\Omega$

Anhand der Resonanzstellen lässt sich daraus für diese Konfiguration ablesen, dass in einem weiten Parameterbereich keine Verstimmung auftritt und das System lediglich mit sinkendem Widerstand  $R$  stärker gedämpft wird. In diesem Bereich genügt also Gleichung (37) weder zur Beschreibung der Stabilität des Systems noch des mechanischen Verhaltens. Genauer gesagt verhält sich der NIK bei diesen Parametern nicht mehr wie eine negative Kapazität. Deshalb ist Gleichung (37) für reale Systeme bei hohen  $\delta$ -Werten nicht geeignet. Diese sind jedoch für eine leistungsfähige Umsetzung dringend anzustreben.

Hingegen zeigen die Übertragungsfunktionen bei sehr niedrigen Widerstandswerten ausgeprägte Resonanzstellen, was auf den von Moheimani in [26] angesprochenen negativen Widerstand hindeuten könnte. Dem widerspricht jedoch eine Analyse der Wurzelortskurve mit dem freien Parameter  $R$ , welche für die obige Konfiguration in Abbildung 66 dargestellt ist. Die Ortskurve wurde manuell nach dem gleichen Vorgehen erstellt, wie die Stabilitätskarten zuvor. Für ausgewählte freie Parameter wird das Gesamtsystem in *Matlab* linearisiert, die zugehörigen Pole bei sonst konstanten Parametern identifiziert und anschließend der Verlauf grafisch aufgetragen. Dabei ist zu beachten, dass nicht wie klassisch üblich der Imaginärteil über dem Realteil

dargestellt ist, sondern die jeweilige Frequenz in Hertz. Dies soll die grafische Zuordnung zur vorangehenden Abbildung erleichtern.

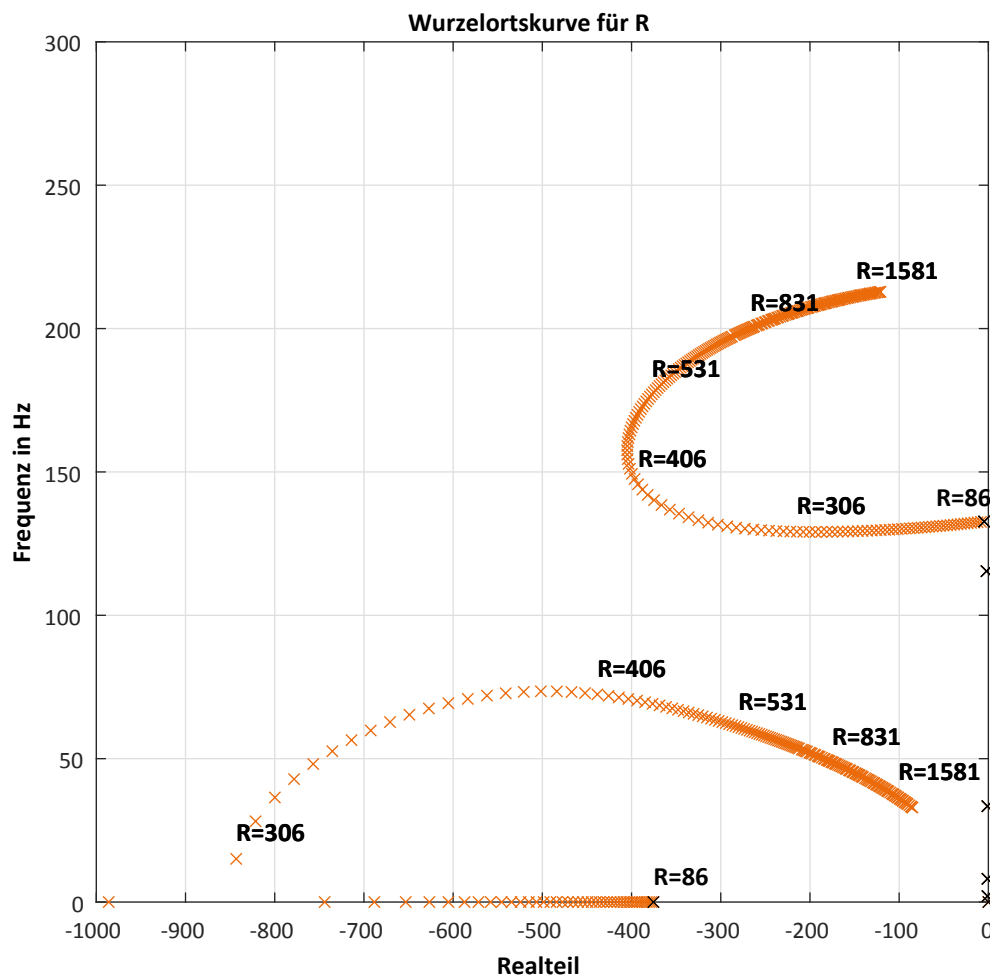


Abbildung 66: Wurzelortskurve von R (in  $\Omega$ ) für  $\delta = -0,95$  und  $R_3 = 0,451 \text{ M}\Omega$

Im Diagramm lassen sich zwei wandernde Polstellen erkennen. Die höherfrequente Polstelle entspricht der Hauptresonanz des Tilgers auf dem Shaker, deren Frequenz sich über den Effekt der negativen Kapazität verändert. Diese steigt für Werte unterhalb von  $300 \Omega$  wieder leicht an und wird zunehmend entdämpft. Somit bestätigt sich zwar, dass der Kreis den Charakter eines negativen Widerstandes annehmen kann. Allerdings kommt ein weiterer Faktor hinzu, denn bei der zweiten Polstelle handelt es sich um eine statische Mode, die mit steigendem Widerstand stark gedämpft zu oszillieren beginnt und in der Frequenz ansteigt, bevor die Frequenz erneut sinkt und ihr Realteil ebenso abnimmt. Betrachtet man exemplarisch den Bereich der größten Verstimmung der Hauptresonanz bei etwa  $300 \Omega$ , ist die tieffrequente Polstelle bereits schwingfähig. Da die maximale Kraft im Diagramm der Resonanzstelle des geklemmten Systems entspricht und somit in dieser Betrachtung einer nicht dargestellten Nullstelle entspricht, ist zu erwarten, dass diese sich bei Verstimmung unter Umständen mit der tieffrequenten Polstelle überlagert. Dies könnte wiederum die hohe Sensitivität hinsichtlich der Amplituden der maxi-

malen Kraft in den Experimenten von Abschnitt 5.2 erklären, welche sich als stark von den Widerstandswerten abhängig zeigte.

Diese Überlagerung wird besonders gut anhand der mechanischen Übertragungsfunktion am Anbindungspunkt in der nächsten Abbildung 67 für einen Wert von  $600\Omega$  für  $R$  deutlich. Der unverstimmte Zustand ist zum Vergleich schwarz im Vordergrund dargestellt. Über den gesamten Bereich ist die gewünschte Verstimmung des Systems erkennbar. Knapp unterhalb von  $300k\Omega$  für den Widerstand  $R_3$  zeigt sich eine starke Überhöhung der Kraft.

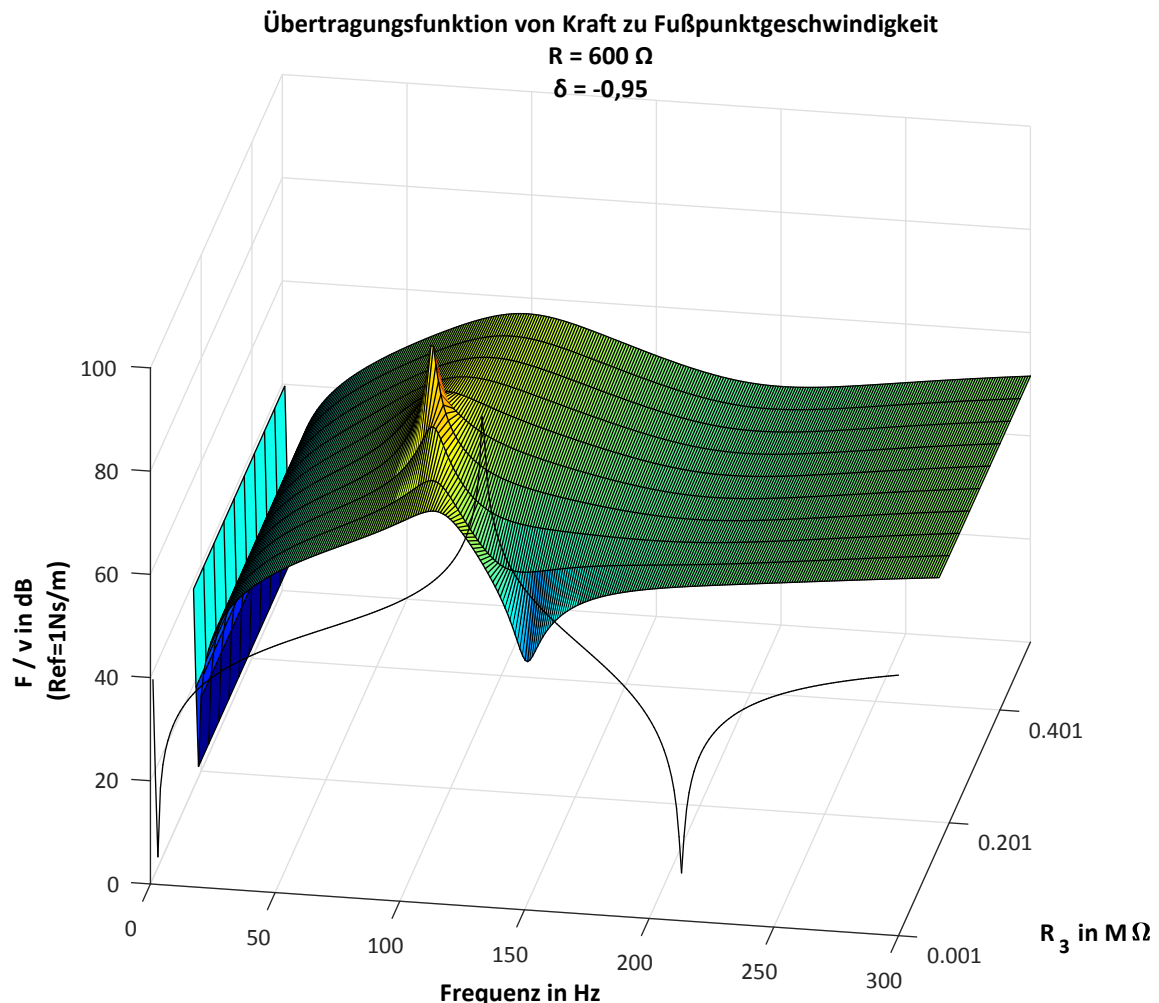
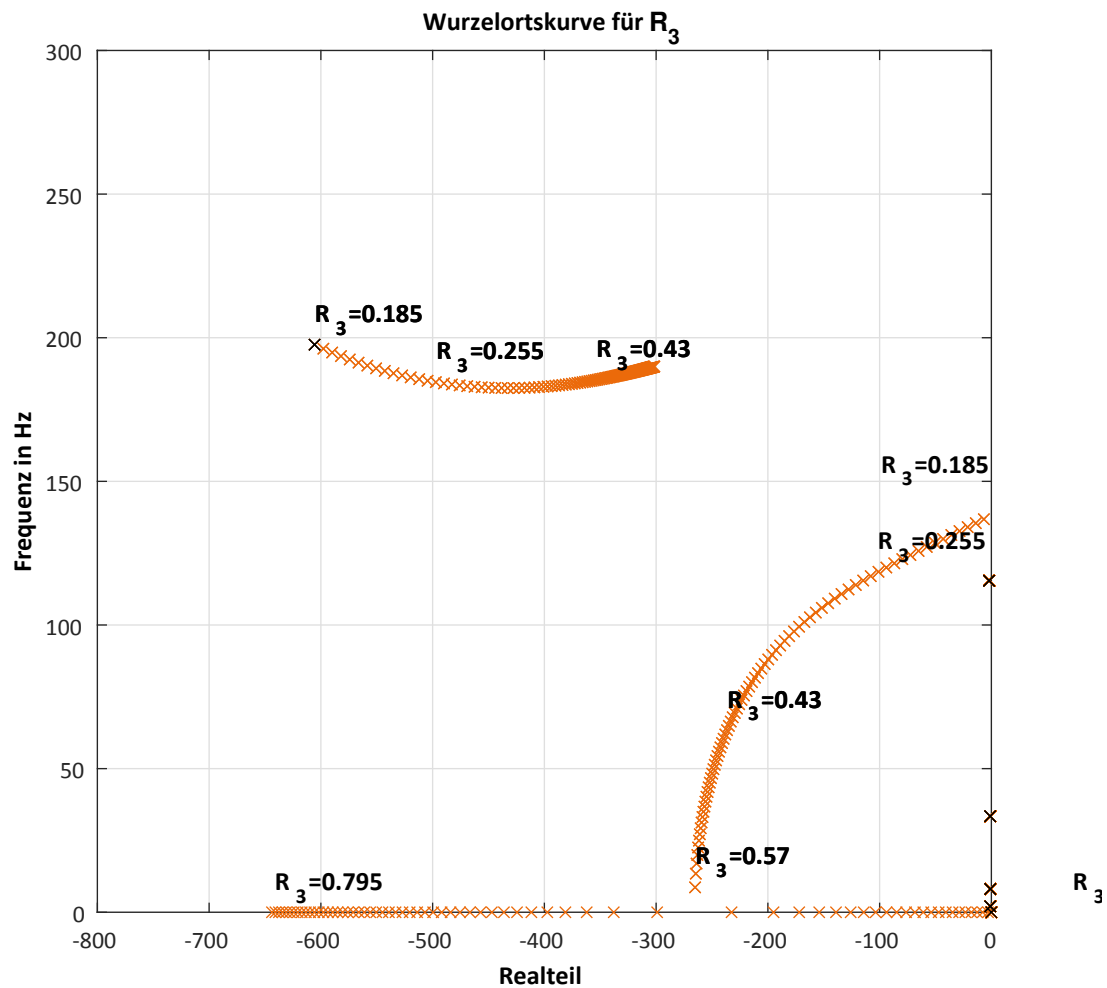


Abbildung 67: Stabile Übertragungsfunktionen von Kraft zu Fußpunktgeschwindigkeit für  $\delta=-0,95$  und  $R=600\Omega$

Bei Betrachtung der dazugehörigen Wurzelortskurve des freien Parameters  $R_3$ , wie in Abbildung 68 dargestellt, wird ersichtlich, dass sich die Hauptresonanz eigentlich nur geringfügig verschiebt. Jedoch wird bei dieser Parameterkonfiguration die statische Mode stark durch eine Variation von  $R_3$  beeinflusst. Somit entspricht das Minimum der Kraft nicht mehr der Polstelle der Hauptresonanz, sondern der bei großem  $R_3$  noch statischen Polstelle. Die zuvor erwähnte Überhöhung in der Kraft lässt sich nicht anhand einer schwach gedämpften Polstelle im Diagramm erklären, was wiederum für eine Überlagerung mit der angesprochenen Nullstelle spricht.

Abbildung 68: Wurzelortskurve von  $R_3$  (in  $M\Omega$ ) für  $\delta=-0,95$  und  $R=600\ \Omega$ 

Aus diesen Betrachtungen wird deutlich, wie komplex das Systemverhalten bereits bei einem äußerst einfachen System und ungünstiger Parameterwahl sein kann. In dem vorliegenden Fall kann dies zu durchaus gewünschtem Verhalten führen, jedoch genügt die vereinfachte Betrachtung des NIK nach Gleichung (37) nicht für eine Systembeschreibung. Ebenso ist davon auszugehen, dass sich geringe Ungenauigkeiten in der Modellierung der Dämpfung des mechanischen Systems ggf. stark auf das Gesamtsystemverhalten auswirken können. Geht man weiterhin von der Annahme aus, dass die verwendeten Piezomodelle evtl. großen Einfluss auf das Systemverhalten haben, wie es in Unterabschnitt 5.2.4 diskutiert wurde, ist davon auszugehen, dass auch die Bestimmung der Stabilitätsgrenze fehlerbehaftet ist. Es müsste daher geprüft werden, ob der experimentelle und der berechnete Verlauf dieser Grenze bei einer Anpassung des Piezomodells besser übereinstimmen. Weiterhin wurde bei dem Vorgehen von linearen Modellen ausgegangen, wodurch sich die detailliertere OP-Betrachtung nicht auf diese Weise mit einbeziehen lässt. Dementsprechend ist die Auslegung eines vergleichsweise komplexen mechanischen Systems nahe der Stabilitätsgrenze über eine Beschreibung numerischer Modelle durchaus kritisch zu betrachten. Mit den Analysen zur Stabilität des Gesamtsystems konnte jedoch

erstmalig ein konkreter Erklärungsansatz des in der Literatur häufig verwendeten Sicherheitsfaktors  $\gamma$  gegeben werden.

### 6.2 Maximalwerte von Spannung und Strom

Für den zuverlässigen Einsatz eines piezoelektrischen Netzwerks sind neben der garantierten Stabilität auch die Anforderungen an die Elektronik zu betrachten und deren Leistungsgrenzen einzuhalten. Betrachtet man exemplarisch wiederum den Tilger mit RC-shunt bei einem  $\delta$  von -0,94, dessen mechanische Übertragungsfunktion am Anbindungspunkt in Abbildung 69 dargestellt ist, lässt sich eine stabile Parameterkonfiguration der Widerstände  $R$  und  $R_3$  finden, die eine Frequenzverstimmung mit relativ geringer unerwünschter Dämpfung aufweist.

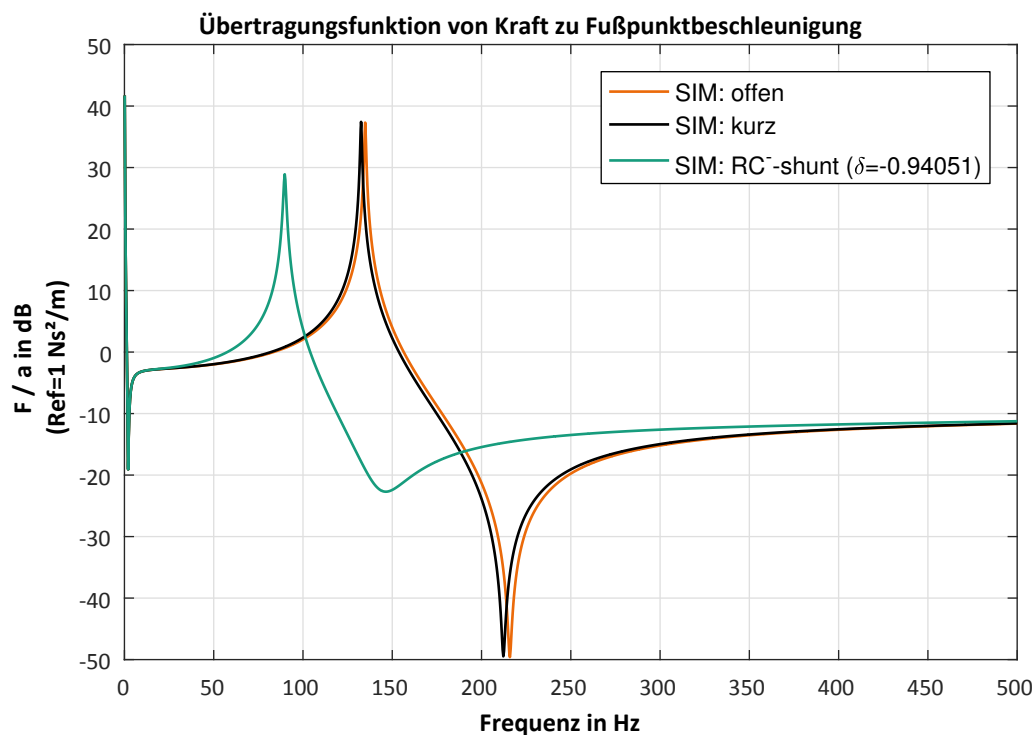


Abbildung 69: Darstellung der Übertragungsfunktion am Anregungspunkt mit RC-shunt und  $\delta=-0,94$

Der Modellansatz erlaubt die Auswertung der internen elektrischen Leistungsgrößen für diesen konkreten Fall. Normale OP in SMD-Bauweise (surface-mounted device) sind oft für Spannungen bis  $\pm 15$  V ausgelegt und können wenige mA Ausgangsstrom liefern. Um zu prüfen, ob der Tilger als adaptiver Tilger technisch einsetzbar wäre und mit handelsüblicher Elektronik umsetzbar ist, ist es zielführend die elektrischen Größen des Systems auf die Eingangsbeschleunigung am Fußpunkt zu beziehen. Der Bezug der Größen auf die Kraft beschreibt hingegen lediglich den akademischen weich gelagerten Fall der Shakerversuche, wie sie zum detaillierten Modellabgleich in Kapitel 5 herangezogen wurden. Abbildung 70 zeigt beide Prognosen im Vergleich.



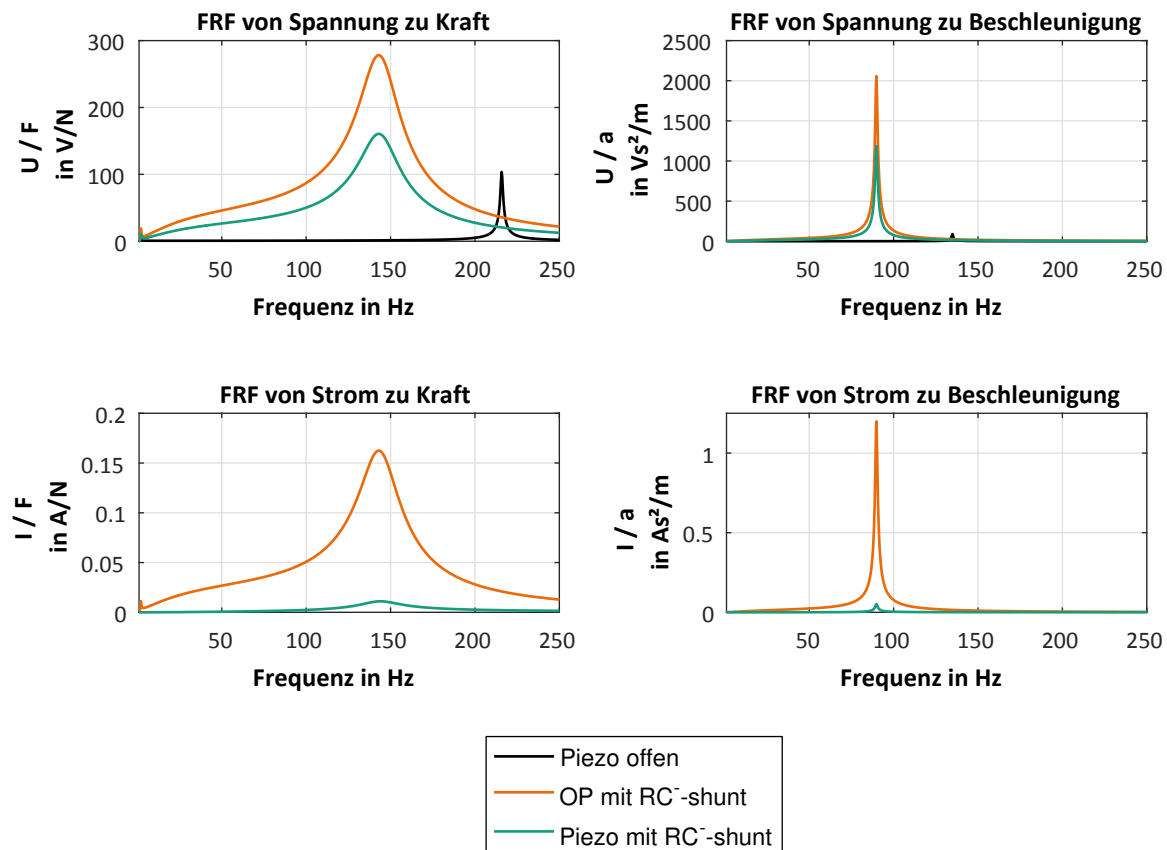


Abbildung 70: Simulierte elektrische Größen Strom und Spannung bei  $\delta=0,94$  und  $C_4$  des NIK von 104 nF

Demnach würden im fest angekoppelten Zustand des Tilgers und bei vernachlässigter Rückwirkung auf eine mögliche Trägerstruktur Spannungen von knapp 1,19 kV am Piezoelement und sogar 2,06 kV am OP-Ausgang anliegen, sollte die Struktur mit  $1 m/s^2$  Amplitude schwingen. Hinzu kommen maximale Ströme von 50 mA am Piezowandler und 1,2 A als Ausgangsstrom des OP. Letzteres ließe sich noch technisch über spezielle OPs umsetzen, jedoch sind die hohen Spannungen technisch nicht vertret- und realisierbar. Zum einen existiert kein piezoelektrisches Material das derart hohe Spannungsbelastungen standhält, zum anderen gibt es keine OPs für solche Spannungsbereiche und der Aufwand für die Bereitstellung der Spannungen wäre technisch nicht praktikabel. Bezogen auf die Kraft des freien Systems gilt Ähnliches. 160 V/N am Piezoelement und 280 V/N am OP sind zu groß für eine technische Umsetzung.

Zwar ist der hier beschriebene Anwendungsfall speziell, da es sich um eine äußerst ungedämpfte Struktur handelt, jedoch ist die Frage nach der Beherrschung der elektronischen Anforderungen ebenso auf alle anderen Anwendungsfälle übertragbar. Möchte man RC- oder RLC-Netzwerke bspw. zur Bedämpfung von Plattenschwingungen einsetzen, müssten zudem die relevanten Größen bezogen auf die Plattenschwingungspegel bekannt sein, um zu verhindern, dass das System nur bei akademisch niedrigen Anregungen, wie es in Kapitel 5 der Fall war, die Funktion aufrecht erhält. Wie ließen sich also die Spannungs- und Stromanforderungen positiv beeinflussen?



Aufbauend auf generellen Schaltungsanalysen, wie bspw. in [139] beschrieben leitet Salloum in [116] die Ausgangsspannung des OPs im NIK her. Die Zusammenhänge für den invertierenden Zweig lauten:

$$\frac{U_{ein} - U_{neg}}{U_{neg} - U_{OP}} = R(C_4s + \frac{1}{R_3}) \quad (48)$$

Hierbei ist  $U_{ein}$  die Eingangsspannung des NIK nach Abbildung 46 und  $U_{neg}$  die Spannung am invertierenden Eingang des OPs. Für den nichtinvertierenden Zweig lautet die Spannungsbeziehung zwischen der Spannung am nichtinvertierenden Eingang  $U_{pos}$  und der Ausgangsspannung  $U_{OP}$ :

$$\frac{U_{pos}}{U_{OP}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (49)$$

Weiterhin ist die Ausgangsspannung des OPs proportional zur Eingangsspannungsdifferenz und über Leerlaufverstärkungsfaktor  $A_d$  definiert zu:

$$U_{OP} = A_d(U_{pos} - U_{neg}) \quad (50)$$

Abweichend von [116] lässt sich durch Umstellen und Einsetzen in die Gleichungen (48) bis (50) folgende Form für die Ausgangsspannung finden:

$$U_{OP} = - \frac{U_{ein} A_d}{RC_4s + \frac{R}{R_3} + 1 + A_d \left( \frac{RR_2Cs + \frac{RR_2}{R_3} - R_1}{R_1 + R_2} \right)} \quad (51)$$

Unter der Annahme eines idealen OP mit unendlich großer Verstärkung, was u.a. vor dem Hintergrund der Betrachtungen in Abschnitt 5.2 gerechtfertigt scheint, gilt:

$$\lim_{A_d \rightarrow \infty} (U_{OP}) = - U_{ein} \frac{R_1 + R_2}{RR_2C_4s + \frac{RR_2}{R_3} - R_1} \quad (52)$$

Die Werte von  $R_1$  und  $R_2$  stehen bei bereits definierter Piezokapazität und einem bestimmten Wert für das Verhältnis aus Piezokapazität und negativer Kapazität  $\delta$  in festem Zusammenhang. So gilt für den idealisierten NIK aus Unterabschnitt 5.2.1, welcher eine elektrische Impedanz erzeugt, die näherungsweise dem Verhalten einer negativen Kapazität  $C^-$  entspricht:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{C_p}{C_4 * \delta} \quad (53)$$

Hierbei wurde  $C_3$  aus Gleichung (35) durch  $C_4$  ersetzt, um dem detaillierteren Modell aus Unterabschnitt 5.2.2 zu entsprechen. Weiterhin wurde Gleichung (36) integriert.

Löst man Gleichung (52) mittels der Beziehung aus Gleichung (53) nach  $V_{OP}$  auf, ergibt sich als Ausgangsspannung des OP:

$$\lim_{A_d \rightarrow \infty} (U_{OP}) = - U_{ein} \frac{1 - (\frac{\delta * C_4}{C_p})}{RCs + (\frac{\delta * C_4}{C_p}) + \frac{R}{R_3}} \quad (54)$$

Diese Funktion hängt also für einen bestimmten Wert einer negativen Kapazität nicht mehr von  $R_1$  und  $R_2$ , sondern nur vom seriellen Widerstand  $R$ , dem Kondensator  $C_4$  und dem dazu parallel geschalteten Widerstand  $R_3$  ab. Da, wie in Abschnitt 6.1 dargestellt, die Werte der beiden Widerstände primär nach Stabilitätskriterien für ein stabiles Systemverhalten gewählt werden müssen, bleibt einzig der Kondensatorparameter  $C_4$  als Variable zur Beeinflussung der Ausgangsspannung des OP. In der Literatur zum Thema piezoelektrischer Netzwerke mit negativer Kapazität wird stets davon ausgegangen, dass dieser Wert dem der Piezokapazität entspricht. Der Grund dafür liegt möglicherweise darin, dass dies aus rein praktischen Gesichtspunkten zunächst vorteilhaft scheint: Bei Ausführung von bspw.  $R_1$  als statischem Widerstand und  $R_2$  als variables Potentiometer mit dem Maximalwert von  $R_1$  kann der Verstellbereich recht komfortabel so konfiguriert werden, dass die in erster Näherung gegebene theoretische Stabilitätsgrenze des Kapazitätsverhältnisses  $\delta$  den Wert -1 nicht unterschritten werden kann. Erhöht man jedoch den Wert für  $C_4$ , lassen sich die Ausgangsspannungen des OP reduzieren.

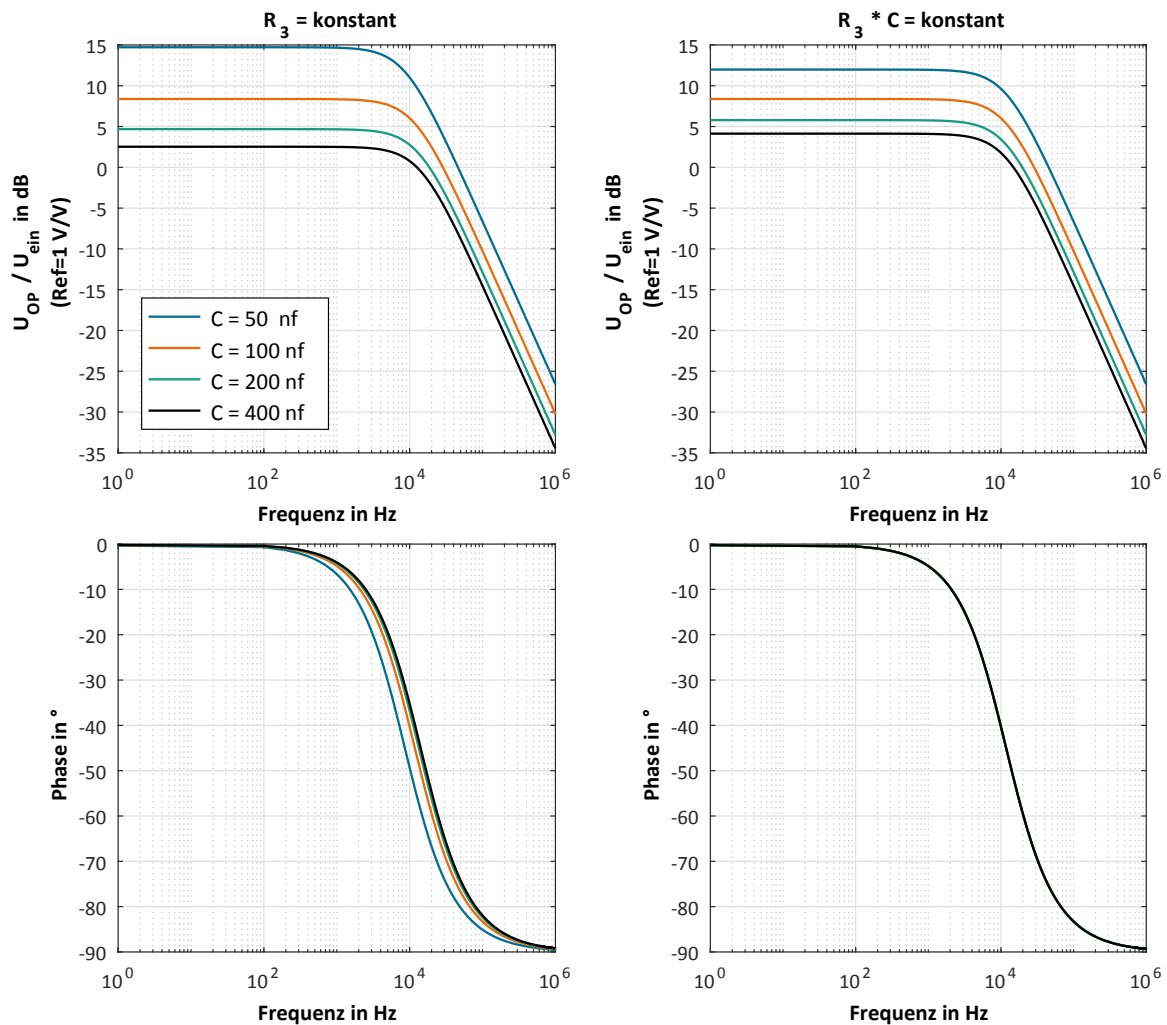


Abbildung 71: Übertragungsfunktion der Ausgangsspannung am OP des NIK bei konstantem  $\delta=-0,94$  und Variation der Kapazität  $C_4$

Abbildung 71 zeigt hierzu die nach Gleichung (54) berechneten Ausgangsspannungen in doppelt-logarithmischer Darstellung, bezogen auf eine Einheitseingangsspannung für unterschiedliche Kapazitätswerte  $C_4$ . Wie sich erkennen lässt, kann auf diese Weise die Ausgangsspannung gesenkt werden. Gleichzeitig beeinflusst dieses Vorgehen jedoch die hochfrequente Eckfrequenz des NIK. Will man dies vermeiden, sollte das Produkt aus  $C_4$  und  $R_3$  konstant bleiben, wie auf der rechten Seite in Abbildung 71 ersichtlich.

Die Auswirkungen einer nach diesem Verfahren veränderten Konfiguration mit einer Kapazität von  $2,1\mu\text{F}$  für  $C_4$  auf die Leistungsanforderungen an die Elektronik des RC-Netzwerks am Gesamtsystem zeigt Abbildung 72. Demzufolge können die Ausgangsspannungen bei geeigneter Wahl der Parameter annähernd auf das Niveau der Spannung am Piezoelement gesenkt werden. Auch die Ausgangsströme des OP reduzieren sich mit diesem Ansatz von  $1,2\text{A}$  pro Einheitsbeschleunigung auf  $80\text{ mA}$  pro Einheitsbeschleunigung, was nur noch einer Überhöhung um den Faktor 1,6 entspricht. Dennoch liegen die Spannungen damit weiterhin in einem für eine technische Anwendung nicht umsetzbaren Bereich. Hierzu müssten die Spannungen am Piezoelement selbst reduziert werden.

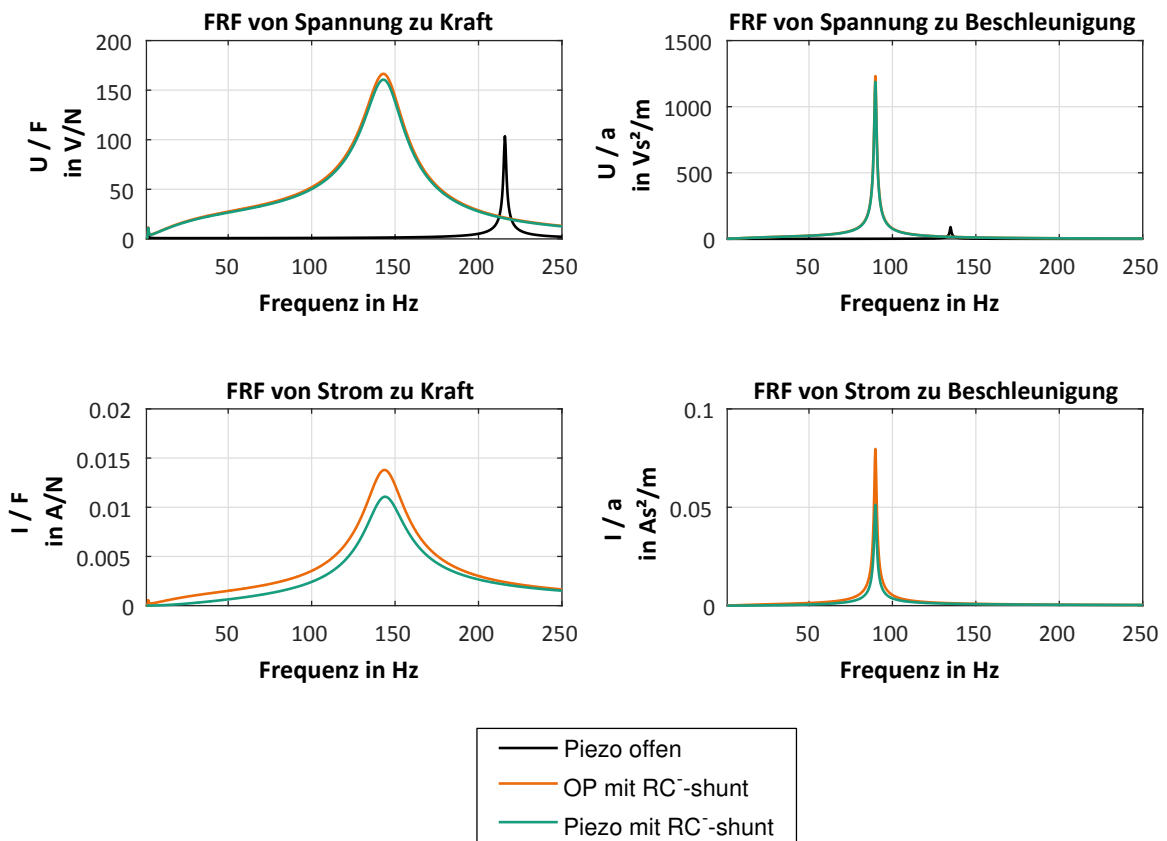


Abbildung 72: Simulierte elektrische Größen Strom und Spannung bei  $\delta=-0,94$  und  $C_4=2,1\mu\text{F}$

Diesbezüglich bleibt jedoch wenig konstruktiver Freiraum. Die verbreitetste Methode zur Reduktion der Spannungen ist, Aktoren in mehrschichtiger Bauweise zu verwenden, was eine Vergrößerung der Kapazität um den Faktor der Schichtenanzahl zur Folge hat. Der Ansatz findet sich bisher meist bei gestapelten Aktoren, welche den piezoelektrischen  $d_{33}$ -Effekt nutzen [119].

Patente für einen flächigen Biegewandler, welcher ebenfalls auf dem  $d_{33}$ -Effekt basiert, liegen bei der NASA [140] und werden kommerziell von *Smart Material* angeboten. Eine Alternative dazu bieten *PICMA*® Multilayer Aktoren der Firma *Physik Instrumente GmbH & Co. KG* [119], welche jedoch auf dem  $d_{31}$ -Effekt basieren. Allerdings ist der Wirkungsgrad nach diesem Prinzip geringer.

Der Ansatz mehrschichtiger Aktoren stellt jedoch einen entscheidenden Faktor für die Anwendbarkeit piezoelektrischer Netzwerke dar. Bei gleicher zugeführter mechanischer Energie und gleichem elektromechanischen Kopplungsfaktor liegen an Piezowandlern hoher Kapazität niedrigere Spannungen an, als an Wandlern geringer Kapazität, da der Piezowandler in erster Näherung als ein Plattenkondensator betrachtet werden kann, dessen maximale gespeicherte potentielle Energie sich nach Gleichung (55) berechnen lässt.

$$E_C = \frac{1}{2} C U^2 \quad (55)$$

Eine Verdopplung der Kapazität führt also zur einer um den Faktor  $\sqrt{2}$  niedrigeren Spannung bei gleicher Energie. Betrachtet man sich den Fall des einfachsten resonanten piezoelektrischen Netzwerkes und vernachlässigt dissipative Elemente wie Widerstände und Strukturdämpfung, ist die rein elektrische Energiebilanz des Schwingkreises folgende:

$$E_C = E_L \quad \text{oder} \quad \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} L I^2 \quad (56)$$

Hierin sind  $E_C$  die maximale Energie im Kondensator und  $E_L$  die maximale Energie der Spule. Die elektrische Eigenfrequenz des Systems entspricht

$$\omega_0^2 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (57)$$

und ist in der Anwendung durch die mechanischen Randbedingungen vorgegeben. Bei einer Verdopplung der Piezokapazität benötigt man also entsprechend eine nur noch halb so große Spule, um dieselbe Resonanzfrequenz zu erhalten. Hierdurch erhöhen sich also die Ströme im gleichen Maße, wie die Spannungen mit der Kapazität sinken. Aus technischer Sicht eignen sich hochkapazitive Piezowandler besser für resonante Netzwerke, da die hohen Spannungen auch für die Versorgungsspannung der OP aufgebracht werden muss und diese auch für solche Spannungsbereiche entwickelt sein müssen. Demzufolge bieten mehrschichtige Piezowandler Vorteile in der Anwendung.

Einen Nachteil stellen hingegen die Kosten für mehrschichtige Aktoren dar. Vor allem Biegewandler in dieser Bauweise sind sehr aufwendig in der Herstellung und technisch noch nicht weit verbreitet.

### 6.3 Vergleichende Energiebetrachtung eines aktiv geregelten Systems mit einem aktiven Netzwerk

Bereits in Abschnitt 3.2 wurde die Frage aufgeworfen, ob ein aktives piezoelektrisches Netzwerk mit einer negativen Kapazität hinsichtlich der externen Energiezufuhr überhaupt vorteilhaft ist, wenn der Großteil des im Netzwerk anliegenden Stromes von einem OP bereitgestellt werden muss. Um dieser Frage möglichst realitätsnah nachzugehen wird ein Versuchsaufbau gewählt, der es erlaubt ein aktives System mit einem aktiven piezoelektrischen Netzwerk hinsichtlich des benötigten extern zur Verfügung gestellten Energieverbrauchs quantitativ zu vergleichen. Aufgrund ihrer relativ gleichen Wirkweise, wird hierzu ein Regler basierend auf einer Beschleunigungsrückführung und einem Filter zweiter Ordnung, wie in [17, 141] beschrieben, dem RLC-shunt gegenübergestellt. Da es sich bei beiden Systemen somit um Systeme zweiter Ordnung handelt, haben beide einen resonanten Charakter, ähnlich dem eines mechanischen Tilgers mit veränderlicher Verstärkung und somit in mechanischer Analogie veränderlicher Masse. Allerdings hat der aktive Regler aufgrund des Fehlens einer wegproportionalen Rückführungsgröße keinen Einfluss auf die Steifigkeit der Trägerstruktur, wie im Falle der negativen Kapazität. Bei diesem bereits ausführlich diskutierten resonanten piezoelektrischen Netzwerk entspricht das Verhältnis  $\delta$  aus Piezokapazität und negativer Kapazität diesem Verstärkungsfaktor, beim aktiven System ist dies der Verstärkungsfaktor  $g$  im Zähler der Übertragungsfunktion des Reglers von Gleichung (47):

$$G(s) = \frac{-g}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (58)$$

Über den Faktor  $\xi$  lässt sich die Dämpfung der Resonanzstelle, über  $\omega_0$  die Lage dieser selbst beeinflussen. Als Rückführungsgröße wird in diesem Fall nicht die Beschleunigung am Fußpunkt herangezogen, sondern die Beschleunigung der Tilgermasse. Deshalb handelt es sich in diesem Fall, entgegen der Beschreibung in [141], nicht um einen kollokierten Regler mit garantierter Stabilität. Zur Umsetzung wird ein rapid control System der Firma *dSpace* eingesetzt. Abbildung 73 zeigt die Ergebnisse beider Methoden am Tilger in Form der beiden Übertragungsfunktionen Kraft zu Fußpunktbeschleunigung und Tilgermassenbeschleunigung zu Fußpunktbeschleunigung.

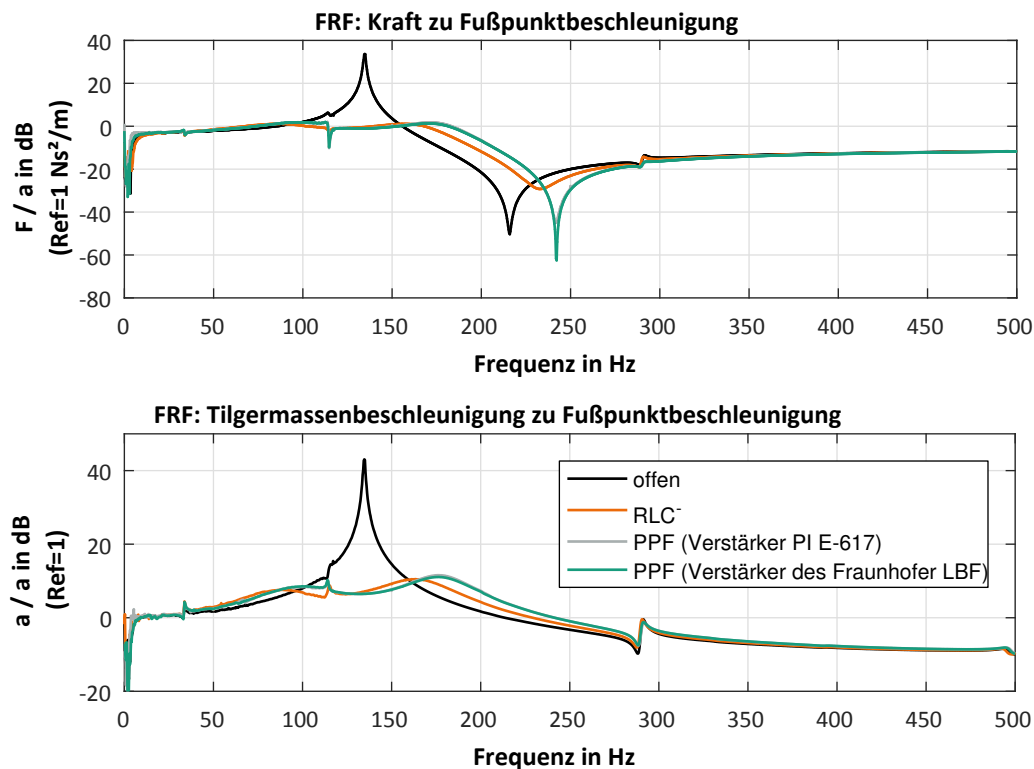


Abbildung 73: Übertragungsfunktionen der Kraft und Tilgermassenbeschleunigung zur Fußpunktbeschleunigung für PPF und RLC am CFK-Tilger

Hinsichtlich der erzielten Schwingungsbeeinflussung zeigt sich insgesamt ein recht ähnlicher Verlauf im Bereich der Resonanzstelle. Zu beachten ist allerdings, dass aus diesem Vergleich nicht auf die maximal mögliche Schwingungsreduktion der jeweiligen Methode geschlossen werden kann, da beide Systeme nicht an ihrer absoluten Stabilitätsgrenze betrieben wurden. Der Fokus bei der Parametrierung der Regler- und Netzwerkparameter lag nicht auf einer Maximierung der Schwingungsreduktion, sondern auf dem Erreichen eines möglichst ähnlich performanten und stabilen Zustands. Dabei wurden die Schwingungsamplituden und Verstärkungsfaktoren so gewählt, dass es zu keiner Überschreitung bestehender Spannungs- und Strombegrenzungen der beiden Systeme kommt.

Da der Energieverbrauch der untersuchten Systeme von der speziellen elektronischen Umsetzung der Leistungskomponenten abhängt, lässt diese Untersuchung nur Schlüsse für die konkret im Versuch umgesetzte Konfiguration zu. Jedoch handelt es sich bei den OPs des RLC-shunts (*Apex PA343*) um eine aktuelle Bauform, die speziell für piezoelektrische Anwendungen entwickelt wurde. Auch bei den beiden betrachteten Verstärkern, die für die aktive Regelung eingesetzt werden, handelt es sich um zwei aktuelle auf dem Markt verfügbare Piezoverstärker, die speziell hinsichtlich eines geringen Energieverbrauchs entwickelt wurden. Zum einen kam ein schaltender Verstärker der Firma *Physik Instrumente GmbH & Co. KG* (PI E-617) mit Energierecuperation zum Einsatz und zum anderen ein vom Fraunhofer LBF entwickelter Linearverstärker.

Betrachtet man die Spannungsbelastung am Piezoelement, welche als Zeitverlauf in Abbildung 74 aufgetragen ist, lassen sich zwei zentrale Aspekte erkennen: Einerseits liegt die Spannung der beiden aktiv geregelten Versuche mit einem Versatz von 50V oberhalb der des RLC-Netzwerks. Dies ist keine Eigenschaft des Reglers, sondern eine beabsichtigte elektrische Vorspannung, die über einen statischen Versatzwert am Verstärker vorgegeben wurde. Dies ist prinzipiell auch für den RLC-shunt durch Integration einer DC-Spannungsquelle im Kreis möglich, wurde in diesem Fall aber nicht umgesetzt. Andererseits unterscheiden sich die beiden Verläufe stark in den dynamischen Amplitudenwerten. Während der RLC-shunt den Piezowandler mit weniger als 5V Spannungsamplitude dynamisch belastet, liegen im aktiven Fall ca. 25V am Piezoelement an. Die Verläufe der aktiven Regelung beider Verstärker sind, wie bei gleicher Reglerstruktur zu erwarten war, annähernd identisch. Kleine Abweichungen in den Spitzenwerten könnten an geringen Abweichungen in der Reglerverstärkung liegen, da diese für beide Versuche aufgrund ihrer unterschiedlichen internen Leistungsverstärkung getrennt angepasst werden musste.

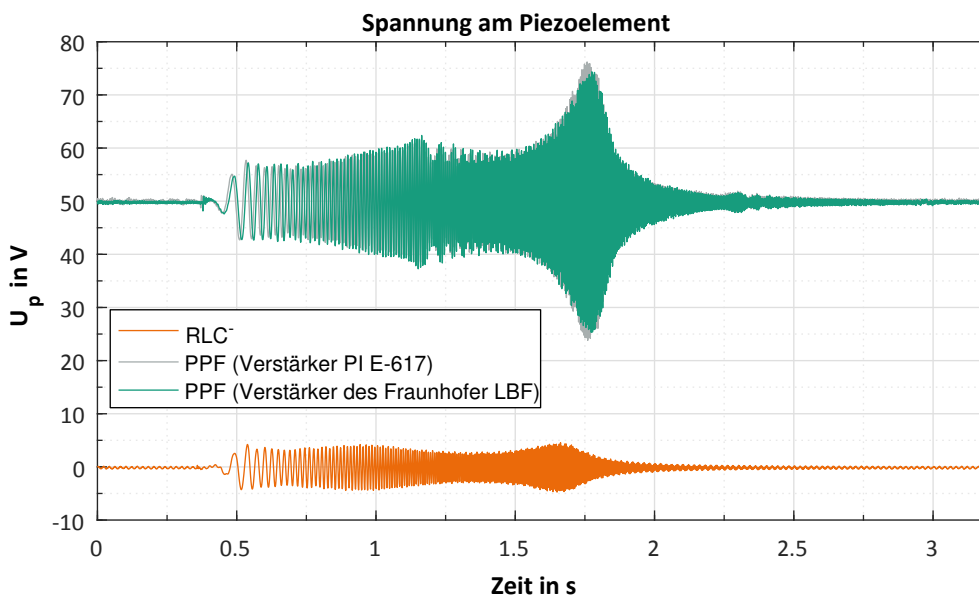


Abbildung 74: Spannungsverlauf am Piezoelement für RLC-shunt und aktive Beschleunigungsrückführung

Trägt man die am Piezowandler wirksamen elektrischen Leistungsgrößen, Spannung, Strom und deren Produkt, die elektrische Leistung in spektraler Form und auf die Beschleunigung am Fußpunkt bezogen auf, ergeben sich die in Abbildung 75 gezeigten Verläufe. Beim Vergleich zwischen der Spannung und dem Strom am Piezoelement fällt auf, dass sich die elektrische Leistung am Wandler beider Ansätze unterschiedlich zusammensetzt. Während im Falle des aktiv geregelten Systems vergleichsweise höhere Spannungen anliegen, wurden hier moderatere Ströme gemessen, als bei dem System mit negativer Kapazität. Dies verdeutlicht erneut den Charakter der negativen Kapazität als aktive Ladungsquelle.

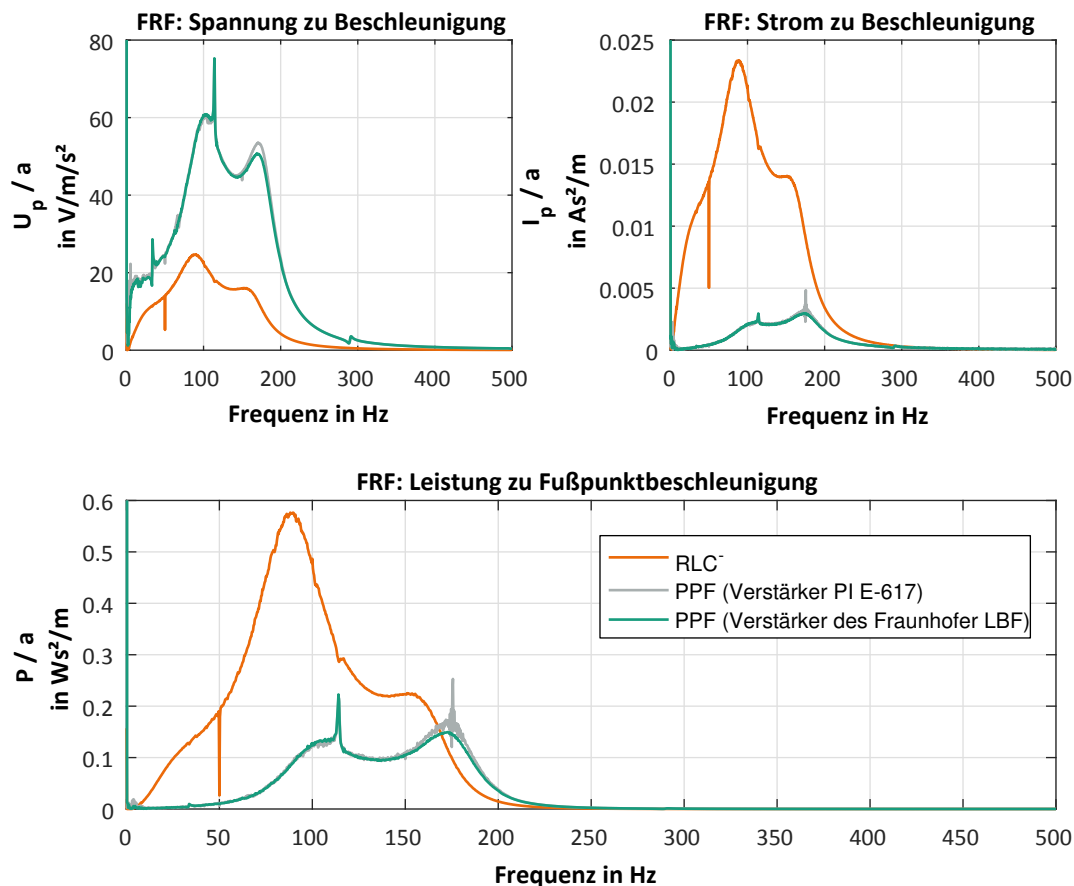


Abbildung 75: Übertragungsfunktionen der elektrischen Leistungsgrößen am Piezo bezogen auf die Fußpunktbeschleunigung

Insgesamt betrachtet ist für die Implementierung des elektrischen Netzwerks mehr elektrische Leistung aufzubringen als für die aktive Regelung, wie sich aus dem Verlauf der unteren Grafik von Abbildung 75 ablesen lässt. Daneben ist der Einfluss des Netzwerks auf die Steifigkeit der Trägerstruktur und damit der beeinflussten Resonanzfrequenz zu erkennen. So liegen die Maxima der Leistungsgrößen im Falle des Netzwerks bei niedrigeren Frequenzen als beim aktiven System. Bei dieser Betrachtung fehlt jedoch die quantitative Trennung zwischen dem Energieanteil, welcher extern über den OP zugeführt wird und dem Anteil der durch den piezoelektrischen Effekt in das elektrische System eingebracht wird. Deshalb wurde die insgesamt zugeführte elektrische Leistung, welche auf der einen Seite zur Versorgung des aktiven Piezoverstärkers und auf der anderen Seite zur Versorgung der OPs im Netzwerk benötigt wird, messtechnisch erfasst und ausgewertet. Da alle drei Varianten über eine DC-Spannungsversorgung versorgt werden konnten, kann die zugeführte elektrische Leistung aus der am Verstärker anliegenden Spannung und dem fließenden Strom berechnet werden. Abbildung 76 zeigt die Ergebnisse dieser Messung in Form der Momentanleistung im Zeitverlauf. Dabei ist zu erwähnen, dass die Verläufe zeitlich nicht synchronisiert sind, da die interne Triggerung des verwendeten Messsystems bei verschiedenen Messungen davon abhängt, zu welchem Zeitpunkt die Messdatenerfassung gestartet wird. Die Kurven wurden auf der Zeitachse deshalb so verschoben, dass es



grob möglich ist die Resonanzdurchfahrt, in dessen Bereich die größten Ströme und Spannungen anfallen, dieser zuzuordnen und zu vergleichen.

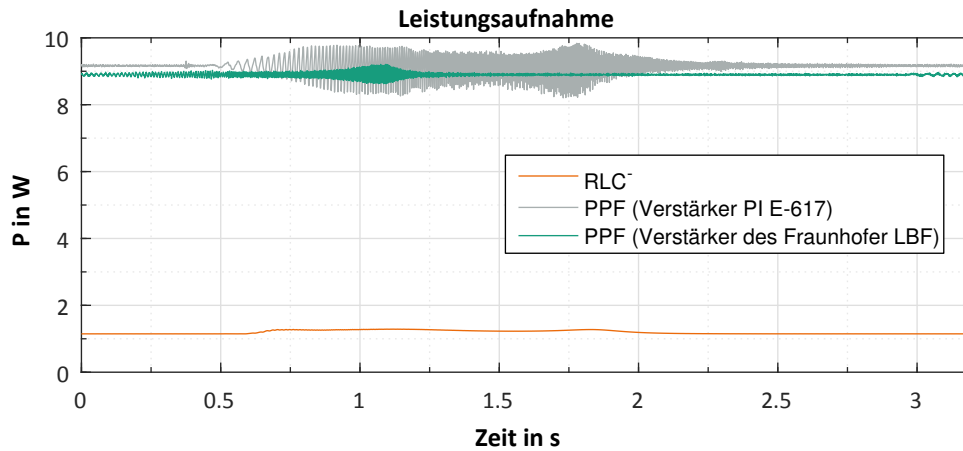


Abbildung 76: Leistungsaufnahme des Verstärkers (PPF) und OP (RLC-shunt)

Abbildung 76 verdeutlicht, dass die aktiven Systeme insgesamt eine höhere Leistungsaufnahme haben als die OP-Schaltung des piezoelektrischen Netzwerks. Während das Netzwerk unbelastet etwa 1,15Watt verbraucht, liegt der Wert für den Verstärker des Fraunhofer LBF bei etwa 8,85Watt und der des PI-Verstärkers leicht darüber bei etwa 9,15Watt. Die Spitzenwerte liegen beim Netzwerk bei 1,29Watt, beim Verstärker des Fraunhofer LBF bei 9,21Watt und beim Pi-Verstärker bei 9,84Watt. Dabei ist vermutlich durch den Unterschied im prinzipiellen Aufbau der Verstärker die Differenz zwischen maximaler und minimaler Leistungsaufnahme beim schaltenden Verstärker von PI größer als beim Linearverstärker des Fraunhofer LBF.

Dies stellt, wie erwähnt, nur die Ergebnisse für eine bestimmte Konfiguration dar. Nichtsdestotrotz eignet sich der Vergleich zur Veranschaulichung der unterschiedlichen energetischen Mechanismen und Verluste beider Ansätze. Obwohl die elektrischen Leistungsanforderungen für eine vergleichbare Schwingungsbeeinflussung sogar im piezoelektrischen Netzwerk größer sind als bei der aktiven Regelung, sind die elektrischen Verluste innerhalb der Verstärker weitaus größer als die der SMD-OP des Netzwerks. Zwar war es zu erwarten, dass an Leistungsverstärkern größere Verluste auftreten, jedoch konnte dazu bisher kein konkreter quantitativer Vergleich in der Literatur gefunden werden. Außerdem fehlte bisher ein Vergleich der elektrischen Leistung am Piezoelement, und somit im Netzwerk, mit einem aktiven System. Eine tiefer gehende Analyse der Mechanismen und Verluste wäre mit einer Erweiterung des hergeleiteten numerischen Modellierungsansatzes möglich, indem die elektrischen Leistungskomponenten in das Modell miteinbezogen würden. Dies könnte nach den von Jungblut in [124] beschriebenen Methoden erfolgen, wurde jedoch im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht weiter verfolgt.

### 7. Potenzial adaptiver Tilger mit aktivem piezoelektrischen Netzwerk

Im vorangehenden Kapitel wurde gezeigt, dass die elektrischen Leistungsgrößen eines Systems mit aktivem piezoelektrischen Netzwerk durchaus in der Größenordnung dessen liegen, was auch im Falle eines aktiven Systems in Verbindung mit piezoelektrischen Wandlern auftreten würde. Allerdings bezog sich die Betrachtung der Größen bisher auf Einheitskräfte oder -beschleunigungen und erlauben somit zunächst keine direkte Beurteilung der technischen Umsetzbarkeit für einen konkreten Anwendungsfall. Deshalb wird nachfolgend eine Konzeptstudie zur Anwendbarkeit eines adaptiven Tilgers mit einem aktiven piezoelektrischen Netzwerk präsentiert, deren Ziel es ist, zu evaluieren, ob sich das Konzept eines über ein piezoelektrisches Netzwerk verstimmbaren Tilgers für den Einsatz in einem realistischen Szenario des Automobilbereichs eignet.

Sicherlich lässt sich eine Reihe möglicher Anwendungsfälle am Fahrzeug diskutieren, für welche ein Tilger mit adaptiven Eigenschaften interessante Möglichkeiten bietet, insbesondere, wenn auf Leistungshardware in Form von Piezoverstärkern verzichtet werden kann und wenn die Ansprüche an die Regler- oder Steuerungselektronik gering sind. Zwar sind in gegenwärtigen Fahrzeugen eine ganze Reihe verschiedener Steuergeräte verbaut, die prinzipiell auch zur Regelung aktiver Maßnahmen umrüstbar wären, jedoch liegen die Taktzeiten selten im Bereich dessen, was bspw. *rapid control* Systeme oder speziell angepasste FPGA-basierte (*Field Programmable Gate Array*) Architekturen erzielen können. Dies ist darauf zurückzuführen, dass fahrdynamische Vorgänge im Fahrzeug vergleichsweise niederfrequent sind. Während ABS- oder ESP-Funktionen mit Abtastraten weniger Hertz erzielt werden können, sind die Anforderungen an die Abtastraten aktiver Systeme zur Schwingungskontrolle prinzipbedingt weitaus höher. Um eine aktive Verstimmung eines Tilgers über eine Kraft- oder Wegrückführung bei einer Eigenfrequenz des passiven Tilgers von 100Hz zu erreichen, müsste nach dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem mindestens mit einer mehr als doppelten Frequenz, also höher als 200Hz abgetastet werden. Gleiches gilt für den Fall der direkten Krafteinleitung über Aktoren, wie bspw. Inertialmassen-erregern. Ein adaptiver Tilger, der über einen RC-shunt verstimmt würde, könnte in Verbindung mit einem spannungsgesteuerten Widerstand, wie bspw. in [29] umgesetzt, mit vergleichsweise geringen Abtastraten in Echtzeit verstimmt werden, da nur eine statische Spannung mit der Rate der gewünschten Frequenzverschiebung vorgegeben werden muss.

Mögliche Anwendungsfälle könnten im Austausch konventioneller Tilger liegen, die zwar weitaus günstiger in der Herstellung sind, jedoch aufgrund ihrer konstanten Resonanzfrequenz zwingend als gedämpfte Tilger ausgeführt werden müssen, um bei breitbandigen Anregungen nicht zu Verschlechterungen zu führen. Außerdem müssen bei der Auslegung fertigungsbedingte Toleranzen bezüglich der zu beeinflussenden Eigenfrequenzen miteinbezogen werden, so dass der passive Tilger für alle Frequenzen innerhalb der Toleranz wirken kann. Eine Steigerung der wirksamen Bandbreite wird jedoch nur über größere Massen erreicht, weshalb bei großen Fertigungstoleranzen der Tilger ausreichend überdimensioniert werden muss. Ein adaptiver Tilger

könnte demnach mit geringerer Masse die gleiche Schwingungsreduktion erzeugen, da über eine Adaption sichergestellt werden kann, dass der Tilger korrekt auf die Resonanzfrequenz der Trägerstruktur oder Anregungsfrequenz abgestimmt ist. Sollte lediglich eine schmalbandige oder zeitveränderliche Sinusanregung vorliegen, wie es im Fall des Motorhochlaufs annähernd der Fall ist, könnte der adaptive Tilger ggf. sogar schwächer gedämpft ausgeführt werden (bezogen auf die optimale Dämpfung), da über eine korrekte Adaption verhindert werden kann, dass der Tilger in seinen beiden Resonanzen angeregt wird. Mit einer geringeren Dämpfung wird wiederum weniger Masse benötigt um einen, dem passiven Tilger gleichwertigen, Tilgungseffekt zu erzeugen. Deshalb kann die benötigte Masse bei gleicher Performanz weiter gesenkt oder der Tilgungseffekt bei gleicher Masse verstärkt werden.

Aber auch jenseits einer Serienanwendung könnte ein adaptiver Tilger als Entwicklungswerkzeug zum Einsatz kommen. So könnte damit der Auslegungsaufwand konventioneller Tilgerelemente reduziert werden, da bisher Tilger in der Fahrzeugentwicklung zwar auf Basis numerischer Modelle ausgelegt werden, der Erfolg der Maßnahme jedoch immer noch im Fahrversuch geprüft wird. Es ist davon auszugehen, dass ggf. mehrere Tilgerbauweisen oder -größen in Fahrversuchen nacheinander im selben Fahrzeug geprüft werden. Hierzu muss das Fahrzeug zur Teststrecke bewegt und der Einfluss gemessen werden, bevor das Fahrzeug auf die nächste Tilgervariante umgerüstet wird. Über einen Tilger mit gekoppelten RLC-shunt, wie in Abschnitt 5.3 dargestellt, ließe sich die Kraftwirkung auf die Trägerstruktur und damit den Grad der Schwingungsreduktion stufenlos verändern. So kann experimentell die benötigte Kraft ermittelt werden, die der Tilger im Betrieb ausüben muss und daraus direkt auf die benötigte Masse des passiven Serientilgers geschlossen werden. Ebenso kann der Tilger über das piezoelektrische Netzwerk so stark gedämpft werden, dass dieser näherungsweise nur noch als zusätzliche (nicht schwingende) Masse wirkt. Dies würde Probandenversuche erlauben, da der Effekt des Tilgers subjektiv beurteilbar wird. Dies ist bei passiven Tilgern nicht möglich, da sich ein Proband keine Vergleichspegel ‚merken‘ kann.

An dieser Stelle soll jedoch ein alternatives Szenario evaluiert werden. Ein Getriebe im Fahrzeug durchläuft durch die veränderlichen Drehzahlen unweigerlich auch Resonanzbereiche, da es über elastische Elemente mit dem Träger verbunden ist. Zudem können stoßartige Fahrbahnanregungen diese Eigenfrequenzen anregen. In manchen Fahrzeugen werden deshalb passive gedämpfte Tilger eingesetzt, um die Belastungen in der Resonanzdurchfahrt zu minimieren und das Auftreten störender Geräusche während der Fahrt zu verhindern. Je nach Frequenz wird in diesem Zusammenhang zwischen tieffrequentem Brummen bzw. Dröhnen und höherfrequentem Heulen differenziert. In [142] wurde u.a. der Ansatz verfolgt, mit piezoelektrischen Flächenwandlern auf dem Getriebegehäuse und einem passiven piezoelektrischen Netzwerk, dem RL-shunt, die Schwingungen zu dämpfen. Aufgrund der geringen elektromechanischen Kopplung der einzelnen Piezoelemente beim untersuchten Objekt ( $K < 0,014$ ), konnte in der Simulation mit insgesamt 7 Wandlern punktuell lediglich eine Reduktion von 2,9dB bezüglich der Beschleunigung erreicht werden, weshalb die Autorin zur Anwendung von aktiven Regelungsstrategien übergeht.

Im Nachfolgenden soll anhand eines konkreten Lastenheftes die Machbarkeit eines adaptiven Tilgers, dessen Resonanz über ein aktives piezoelektrisches Netzwerk verstimmt werden kann, hinsichtlich der elektrischen Leistungsgrößen und des Potenzials zur Schwingungsreduktion am Getriebe untersucht werden. Tabelle 6 fasst für unterschiedliche Frequenzbereiche typische Randbedingungen und Forderungen an die zu erreichenden Schwingungspegel zusammen. Für den Systementwurf wird dem Fall des Brummens im Frequenzbereich zwischen 30 und 60Hz nachgegangen.

	Frequenz- bereich [Hz]	Typische Schwingungs- pegel [m/s <sup>2</sup> ]	Umgebungs- temperatur [°C]	Bauraum [cm]	Gewicht bisheriger passiver Tilger [g]	Erreichbare Pegel- reduktion [dB]
<b>Brummen</b>	30–60	3,5	<80	Zyl. ca. h=10; d=10	ca. 2000– 3000	10–20
<b>Dröhnen</b>	60–200	4	<80	Zyl. ca. h=5; d=8	ca. 1500– 2000	10–20
<b>Nieder- frequentes Heulen</b>	400–800	10	<130	Zyl. ca. h=4; d=5	ca. 300	>15
<b>Hoch- frequentes Heulen</b>	800–1500	5	80–120	Zyl. ca. h=3; d=4	-	-

Tabelle 6: Randbedingungen und Forderungen für den Einsatz im Fahrzeug

## 7.1 Designanpassung des Tilgers zur Anwendung im Fahrzeug

Aufgrund der hohen Spannungen im piezoelektrischen Netzwerk des Tilgers der vorangehenden Kapitel wird ein überarbeiteter Entwurf für einen Tilger erstellt, der die in Kapitel 6 gewonnen Erkenntnisse einbezieht. Demzufolge wird von einem mehrschichtigen Aufbau der piezoelektrischen Wandler ausgegangen. Weiterhin wird der Bauraum von 10x10cm beim Entwurf berücksichtigt. Zur Steigerung des generalisierten Kopplungsfaktors und zur Einhaltung des Bauraumes werden Wandler an beiden Seiten der Balkenelemente vorgesehen, so dass insgesamt 8 Wandler zum Einsatz kommen. Zur Vermeidung gekoppelter Moden, wie sie im vorangehenden Entwurf auftreten, werden die Tilgermassen als eine einzige ringförmige Masse an den Balkenenden aufgebracht. Diese entspricht mit 2kg einem passiven Tilger, wie er typischerweise im Fahrzeug eingesetzt wird. Diese Randbedingungen wurden als Parameter und Zielbedingungen für eine Geometrie- und Kopplungsfaktoroptimierung in Ansys verwendet. Abbildung 78 zeigt den angepassten Entwurf als FE-Modell mit gekoppelten Punktmassen stellvertretend für die Ringmasse.

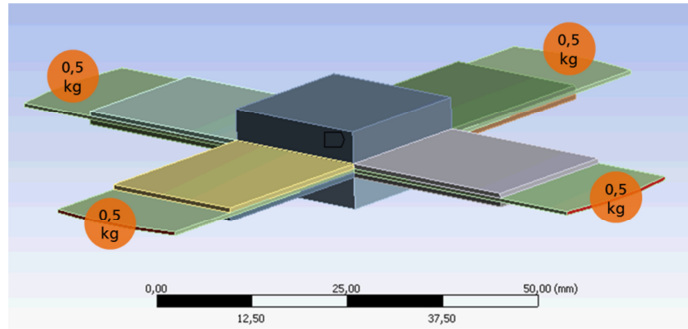


Abbildung 77: Entwurf für einen adaptiven Tilger im Fahrzeug (die Ringmasse ist ausgeblendet)

Bei der Modellierung wurde von 43-lagigen Piezoelementen ausgegangen, was der minimalen Schichtdicke kommerziell verfügbarer Multilayer Aktoren von knapp  $20\mu\text{m}$  entspricht. Allerdings ist die betrachtete Wandlergeometrie bisher nicht serienmäßig erhältlich.

### 7.1.1 Einfluss des Tilgers bei Positionierung am Getriebe

Über das Impedanz-Admittanz-Verfahren zur Modellierung mechatronischer Systeme [122] lässt sich das nach dem Verfahren aus Abschnitt 4.2.5 reduzierte Modell des Tilgers mit dem vereinfachten Strukturmodell des Getriebes und über die in Kapitel 5 dargestellten Methoden mit dem piezoelektrischen Netzwerk koppeln. Die idealisierte starre Masse eines Hinterachsgetriebes (HAG) ist über elastische Elemente mit der ebenfalls als starr angenommenen Masse des Hinterachsträgers (HAT) verbunden. Dieser ist wiederum als elastisch gelagert modelliert. Der Tilger ist direkt am HAG angebracht. Abbildung 78 zeigt das mechanische Ersatzschaltbild des betrachteten Systems. Die genauen Modellparameter sind den Angaben eines Fahrzeugherstellers entsprechend gewählt und unterliegen daher der Geheimhaltung.

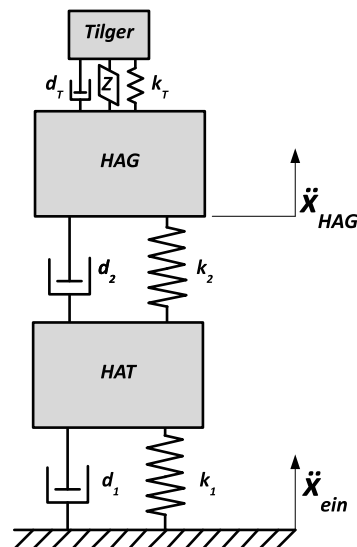


Abbildung 78: Mechanisches Ersatzschaltbild des Hinterachsgetriebes mit Tilger

Die Anregung ist als Fußpunkterregung ( $\ddot{x}_{ein}$ ) modelliert und entspricht in der Simulation über alle Frequenzen konstant der Vorgabe von  $3,5\text{m/s}^2$ . Die mit dem Tilger zu beeinflussende Größe ist

die Beschleunigung am Getriebe ( $\ddot{x}_{HAG}$ ). Um den Fall eines Hochlaufs zu simulieren wird ein Gleitsinus mit steigender Frequenz als Fußpunkterregung verwendet und der Tilger durch gleichzeitige Anpassung der beiden Widerstandswerte  $R$  und  $R_2$  des NIK (Abbildung 46) entsprechend verstimmt. Die Widerstandswerte wurden nach den in Abschnitt 6.1 beschriebenen Kriterien und Methoden zur Stabilität bestimmt und in einer Tabelle abgelegt. Während des simulierten Hochlaufes wurden diese Werte in Abhängigkeit der Drehzahl ausgelesen und einem variablen Widerstand zugeführt. Durch Anwendung des vorgeschlagenen Modellierungsansatzes ist der Sicherheitsfaktor  $\gamma$  dabei bereits implizit berücksichtigt (bei Vernachlässigung der Modellungenauigkeiten). Somit wurde in einer Zeitbereichssimulation das System harmonisch erregt und über gesteuerte Widerstände das Tilgerverhalten an die Anregung angepasst und der Einfluss des Tilgers auf die Beschleunigung am HAG berechnet. Letzterer ist in Abbildung 79 für den Fall des Systems ohne Tilger, mit einem passiven Tilger und mit dem adaptiven Tilger dargestellt.

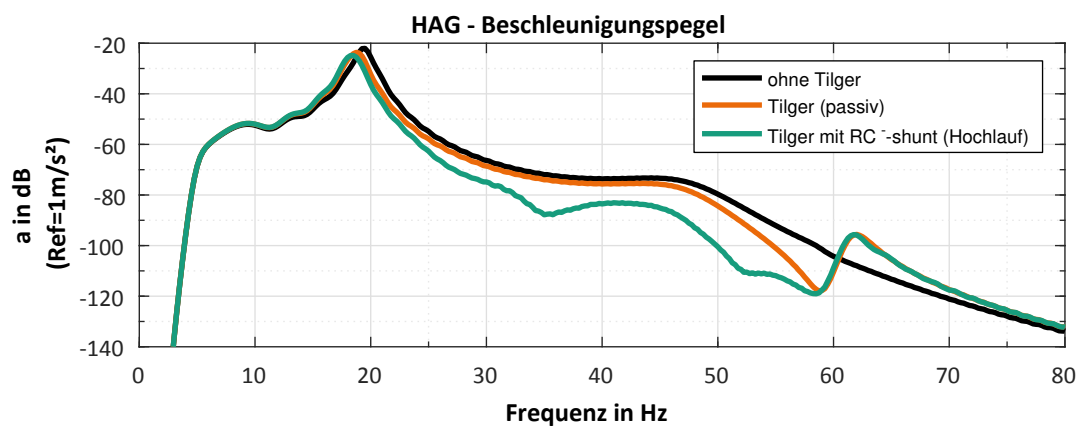


Abbildung 79: Beschleunigung am Hinterachsgetriebe während eines Hochlaufs mit passivem und adaptivem Tilger am Hinterachsgetriebe

Anhand des Vergleichs zwischen dem System ohne Tilger und dem mit adaptivem Tilger ist ersichtlich, dass der geforderte Frequenzbereich zwischen 30 und 60 Hz erreicht wurde. Die Pegelreduktion entspricht mit Werten zwischen 9,5 und 22,5 dB ebenfalls der Zielstellung. Verglichen mit dem passiven Tilger liegt die Pegelreduktion im Bereich zwischen 7,5 und 18 dB. Somit konnte gezeigt werden, dass sich ein Tilger für den beschriebenen Fall theoretisch umsetzen lässt. Hinsichtlich der möglichen Pegelreduktion wäre zudem noch eine Optimierung des Netzwerkparameters  $R_3$  möglich, um gezielt die Dämpfung des Tilgers anzupassen.

Jedoch sind die im Betrieb am Piezowandler anliegenden Spannungen, trotz des mehrschichtigen Aufbaus, zu hoch, um technisch realisiert werden zu können. Abbildung 80 zeigt die Spannung während des Hochlaufs. Die Maximalwerte der Spannungsamplituden im Bereich der Adaption, welche bei 1,26 Sekunden beginnt, liegen bei etwa 100 V. Da kommerzielle Aktoren dieses Aufbaus aufgrund der geringen Piezoschichtdicke lediglich bis 30 V belastet werden können, ist diese Variante nicht realisierbar. Allerdings ist diesbezüglich der Beschleunigungspegel am HAG während des Hochlaufs zu diskutieren. Da der HAG elastisch gelagert ist, liegen dessen

## 7. Potenzial adaptiver Tilger mit aktivem piezoelektrischen Netzwerk

Beschleunigungsamplituden bei der Anregung in der Resonanz weit über den  $3,5\text{m/s}^2$  der geforderten Randbedingungen. Dies erklärt, warum die maximalen Spannungswerte am Piezoelement zeitlich noch vor dem eigentlichen Adaptionbereich liegen. Im Frequenzbereich entspricht dies der Resonanzdurchfahrt bei 19Hz. In diesem Bereich wäre es somit möglich, das piezoelektrische Netzwerk und somit den Piezowandler kurzzuschließen, um die Belastung bei tieffrequenter Anregung zu umgehen.

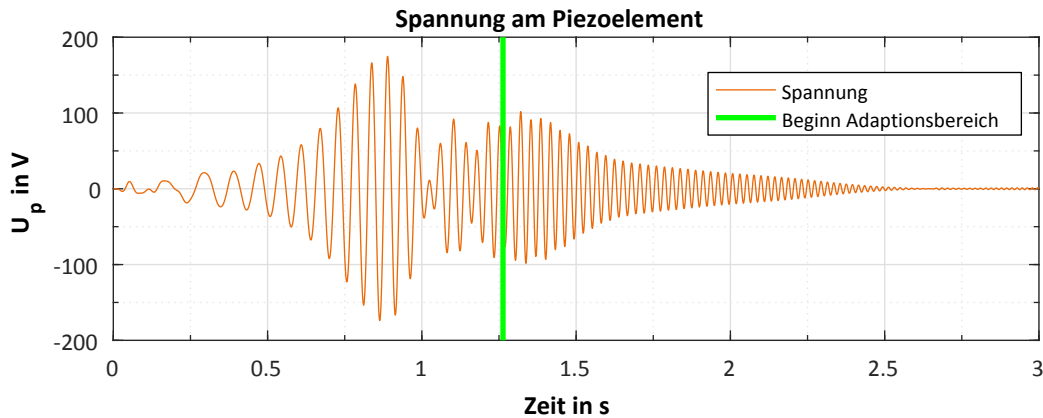


Abbildung 80: Spannung am Piezoelement während des Hochlaufs (Adaptionbereich beginnend bei 1,26 Sekunden)

Abbildung 81 zeigt den berechneten Verlauf der Beschleunigung am HAT für einen vergleichbaren Hochlauf mit Spitzenwerten von  $8\text{m/s}^2$  im Adaptionbereich und  $12\text{m/s}^2$  entsprechend der Resonanzdurchfahrt bei 19Hz. Ginge man davon aus, dass die geforderte Beschleunigung am HAT vorliegt, statt als Fußpunkterregung, käme die Spannungsbelastung der Belastungsgrenze der Piezowandler nahe.

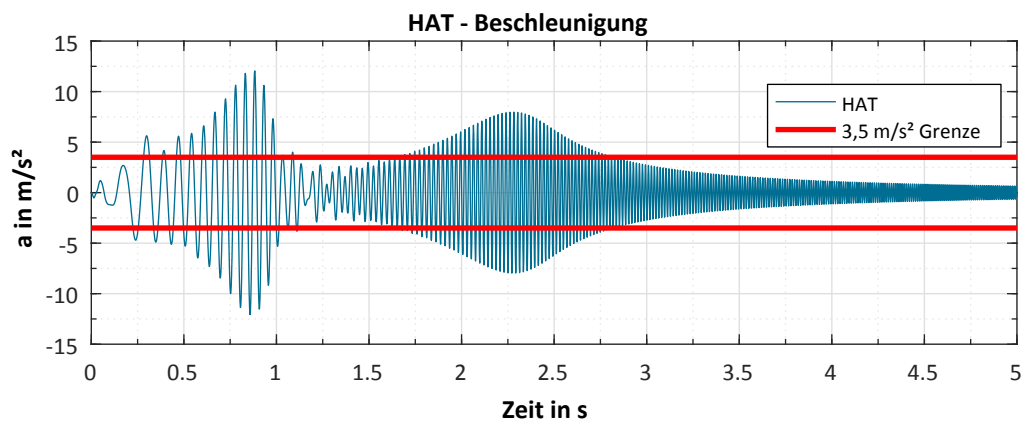


Abbildung 81: Beschleunigung am Hinterachsträger bei Fußpunktanregung

Eine Betrachtung der im NIK anfallenden elektrischen Größen während des Hochlaufs (Abbildung 82) zeigt allerdings zum einen, dass die Ausgangsspannungen des OP die der Piezowandler noch überschreiten, und zum anderen, dass der OP Ströme bis 3,5A bereitstellen muss. Dies wäre zwar theoretisch noch umsetzbar, allerdings betrügen die Spitzenwerte der Momentanleistung des OP etwa 370W. Bei Auswertung der Leistungsgrößen im stationären Betrieb bei maximaler

Verstimmung, entsprechend einer Tilgereigenfrequenz von 30Hz, ergibt sich eine Wirkleistung von 5,8W bei einer Gesamtblindleistung von 162,1var. Demzufolge muss eine Scheinleistung von 162,2VA aufgebracht werden. Dies wiederum spricht gegen eine ökonomisch-technische Umsetzbarkeit unter Verwendung von OP, auch wenn das in Abschnitt 6.2 identifizierte Potenzial zur Auslegung eines effizienten Netzwerks voll ausgeschöpft würde.

Die Piezokapazität des Modells sowie  $C_4$  des NIK betragen bereits 176 $\mu$ F. Dies führt dazu, dass sich der in der Simulation verwendete Wert der Kapazität  $C_4$ , nicht wie in Abschnitt 6.2 vorgeschlagen viel größer umsetzen lässt, da sonst die reine Bauteilgröße der benötigten Kondensatoren ebenfalls erheblich wäre. Das diesbezüglich vorgeschlagene Vorgehen wäre u.U. realisierbar, bezöge man den Kondensator als Teil der schwingenden Tilgermasse mit ein. Um die Anschlussleistung zu reduzieren, müssten anstelle der untersuchten OP zwingend Klasse-D Verstärker zur Realisierung des piezoelektrischen Netzwerks, verwendet werden. Die prinzipielle Machbarkeit wurde in [35] gezeigt.

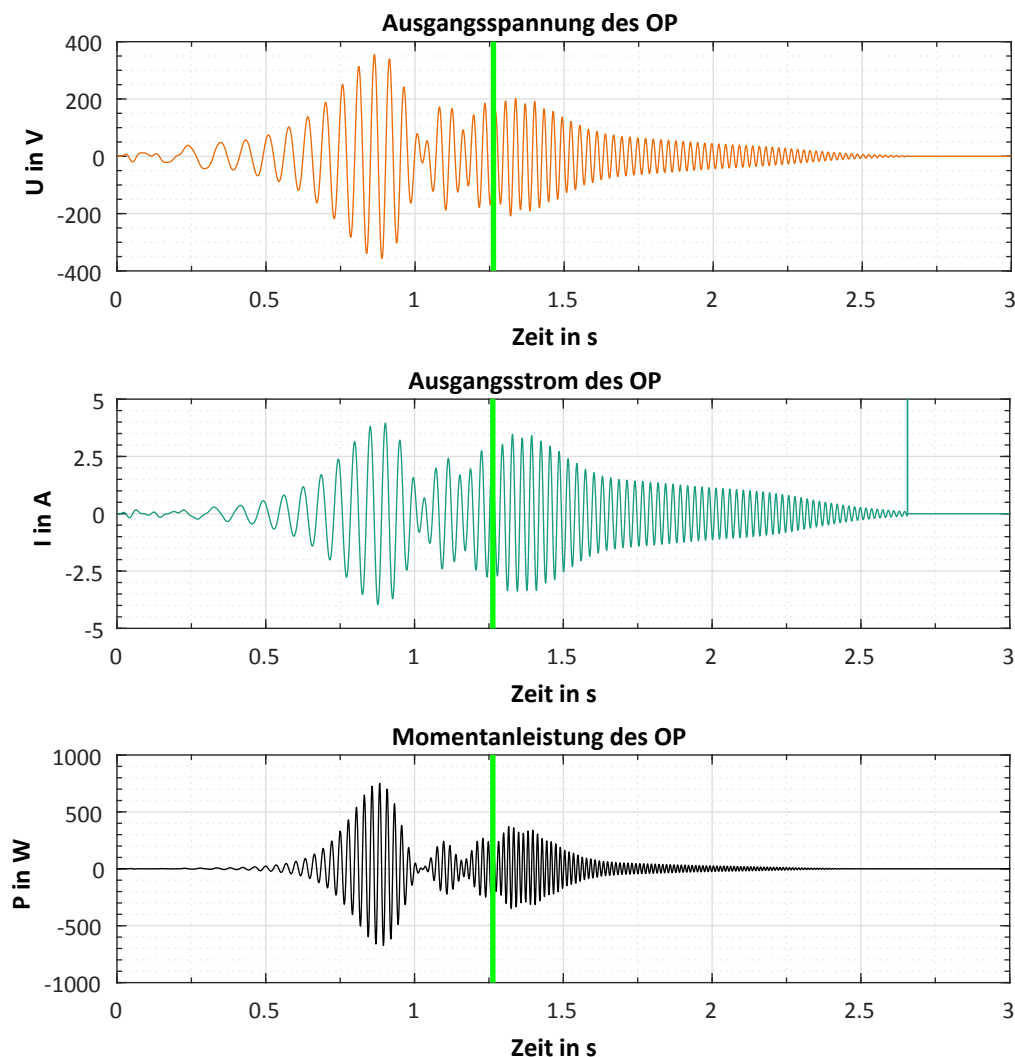


Abbildung 82: Elektrische Größen am OP während des Hochlaufs (Adaptionsbereich beginnend bei 1,26 Sekunden)



### 7.1.2 Einfluss des Tilgers bei Positionierung am Hinterachsträger

Die vorgestellte Modellierung erlaubt es auf einfache Weise verschiedene Systemvarianten zu vergleichen. Um dies zu demonstrieren wird der Tilgeranbindungspunkt im Modell verändert, so dass dieser nun am HAT, statt direkt am Getriebe angreift. Das systembeschreibende mechanische Ersatzschaltbild zu diesem Aufbau ist in Abbildung 83 skizziert. Bei sonst analogem Vorgehen zu Unterabschnitt 7.1.1 stellt Abbildung 84 den Einfluss der beiden Tilgervarianten auf die Beschleunigungspegel des Getriebes dar. Da sich aus der Umpositionierung des Tilgers keine neuen Erkenntnisse hinsichtlich der elektrischen Leistungsgrößen ergeben, wird auf die Darstellung an dieser Stelle verzichtet.

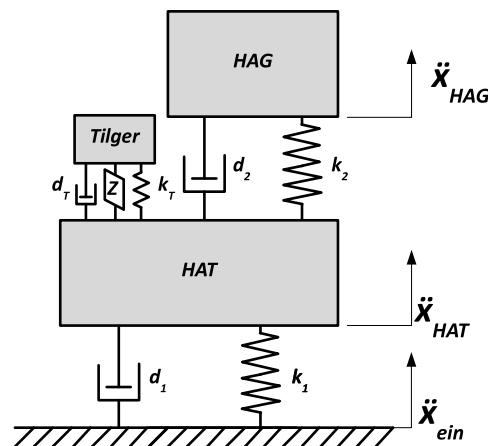


Abbildung 83: Mechanisches Ersatzschaltbild des Hinterachsgetriebes mit Tilger am Achsträger

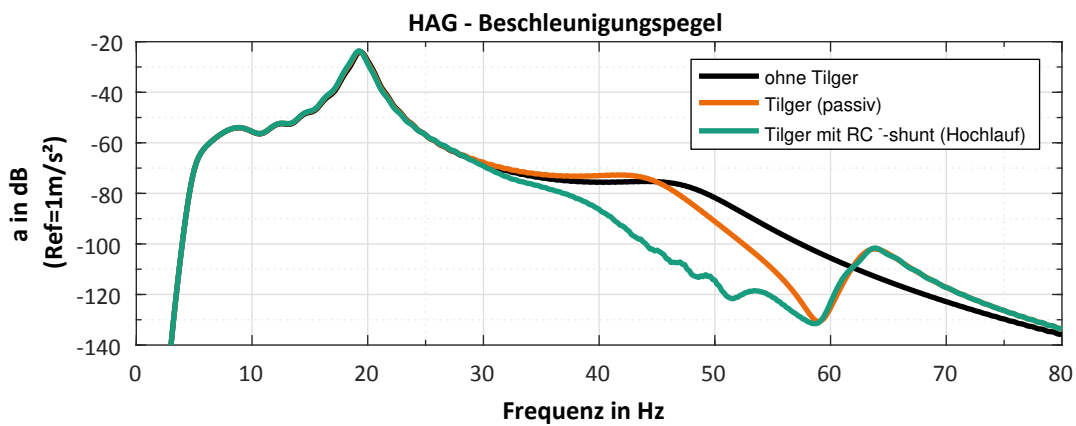


Abbildung 84: Beschleunigung am Hinterachsgetriebe während eines Hochlaufs mit passivem und adaptivem Tilger am Hinterachsträger

Somit konnte die prinzipielle Machbarkeit eines adaptiven Tilgers mit einem aktiven piezoelektrischen Netzwerk durch Anwendung der vorgestellten Simulationmethode geprüft und verschiedenen Varianten gegenübergestellt werden. Es lässt sich zusammenfassen, dass die theoretische Leistungsfähigkeit des beschriebenen Systems als schwingungsreduzierende Maßnahme durchaus positiv zu bewerten ist. Die elektrische Belastung der Komponenten des piezoelektri-

schen Netzwerks sind hingegen kritisch zu betrachten, aber bei optimaler Systemauslegung und Beachtung der Erkenntnisse aus Kapitel 6 u.U. noch handhabbar. Ebenso ist die Belastung der piezoelektrischen Wandler ggf. noch beherrschbar, geht man davon aus, dass die modellierte Dämpfung zu gering gewählt wurde und die Amplituden am HAT evtl. moderater ausfallen. Jedoch sind die zu erbringende Spitzenleistung und die hohe Scheinleistung kritisch zu bewerten. Da davon auszugehen ist, dass die aufgewendete Leistung für die Umsetzung einer Komfortfunktion nicht rechtfertigbar wäre, erscheint die Ausführung des NIK mit OP für den konkreten Anwendungsfall als ungeeignet. Gleichzeitig wäre das Konzept evtl. durch schaltende Verstärker realisierbar, da mit nur 5,8W eine relativ geringe Wirkleistung notwendig ist. Die Ergebnisse in [35] zeigen, dass auf diese Weise bis zu 90% der Anschlussleistung eingespart werden könnten. Ginge man von der tatsächlichen Erreichbarkeit dieser Werte aus, betrüge die aufzuwendende elektrische Anschlussleistung noch 16,2W, was im Fahrzeug durchaus umsetzbar wäre.

### 7.2 Prüfung eines technisch realisierbaren adaptiven Tilgers

Die vorangegangene Studie des letzten Abschnitts zeigt, dass das vorgeschlagene Konzept zwar interessante Möglichkeiten bei veränderlicher, schmalbandiger Anregung bietet, jedoch nur bedingt dazu geeignet ist, einen Tilger mit 2kg Masse zu realisieren. Ebenso konnte das Verhalten des dargestellten Entwurfs nicht verifiziert werden, da die dafür vorgesehenen piezoelektrischen Wandler zwar prinzipiell fertigbar wären, jedoch in dieser Geometrie nicht verfügbar sind. Deshalb stellt sich die Frage nach dem technisch Möglichen. Was wäre mit auf dem Markt verfügbaren piezoelektrischen Wandlern und verfügbarer Schaltungselektronik umsetzbar und erreichbar?

Die *Physik Instrumente GmbH & Co. KG* bietet mit in ihrer *PICMA® Bender* Baureihe Multilayer-Biegeaktoren an, die zwar eigentlich als alleinstehende Elemente zur aktiven Wegstellung entwickelt wurden, sich jedoch auch bedingt zur Applikation auf Trägerstrukturen eignen. Anders als die *PICMA®* Stack-Aktoren der gleichen Firma, basiert die Aktorwirkung auf der Ausnutzung des piezoelektrischen  $d_{31}$ -Effekts. Abbildung 85 zeigt auf der linken Seite den prinzipiellen mehrschichtigen Aufbau mit einer passiven keramischen Ummantelung und 3 Elektroden. Auf der rechten Seite ist die typische Funktionsweise als einseitig geklemmter Balken oder beidseitig gelagerter Balken dargestellt. Aufgrund der elektrischen Kontaktierung der Schichten, ist die Eignung zur Kombination mit einem piezoelektrischen Netzwerk eingeschränkt, da der Wandler im Prinzip wie ein klassischer Bimorph-Aktor wirkt: Oberhalb der neutralen Faser bewirkt die Kontraktion des oberen Schichtverbunds eine Auslenkung nach oben, während die Kontraktion des unteren Schichtverbunds eine Bewegung nach unten einleitet. Die Elemente werden normalerweise über elektrische statische Spannungen der beiden unterschiedlich gepolten Schichten mechanisch vorgespannt und die Auslenkung über die gemeinsame Elektrode mittels einer variablen Spannung gesteuert. Somit lässt sich jeweils nur eine der beiden Multilayer-Verbundschichten an ein piezoelektrisches Netzwerk anschließen und nutzen. Um die Spannungspegel im Netzwerk möglichst gering zu halten muss, wie in Abschnitt 6.2 geschlussfolgert, jedoch auf einen mehrschichtigen Aufbau zurückgegriffen werden, weshalb im Nachfolgenden dieser Wandlertyp eingesetzt wird.

## 7. Potenzial adaptiver Tilger mit aktivem piezoelektrischen Netzwerk

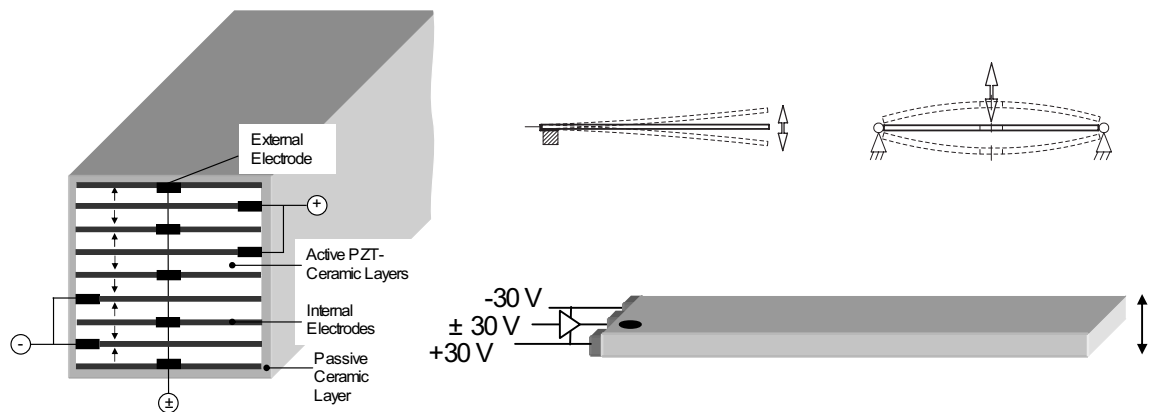


Abbildung 85: Prinzipieller Aufbau (links) und Funktionsprinzip (rechts) eines PICMA® Biegeaktors (Quellen:[119, 143])

Aufbauend auf dem Grunddesign der vorangehenden Konzeptstudie, findet eine Anpassung des Tilgerentwurfs an die kommerziell erhältliche Wandlergeometrie von 31,0x9,6x0,65mm statt. Jeweils 3 der Elemente werden zur Applikation auf einen Balkenabschnitt vorgesehen, wobei aufgrund des hohen Stückpreises der Wandler auf eine beidseitige Applikation verzichtet wird. Analog zum Vorgehen bei den bereits vorgestellten Tilgern, wird über eine Optimierung in *Ansys* eine Geometrie berechnet, die einen möglichst hohen generalisierten elektromechanischen Kopplungsfaktor erreicht. Hierfür wurden die Erkenntnisse aus dem Modellabgleich in Abschnitt 4.2 genutzt und die Parameter der Klebeschicht auf das vorliegende Modell übertragen. Eine für die Optimierung gesetzte Randbedingung war die maximale statische und dynamische Balkenauslenkung durch die Belastung der Ringmasse, da die Aktoren nur für eine maximale Auslenkung bis zu  $\pm 450 \mu\text{m}$  geeignet sind. Die Parameter Eigenfrequenz, Balkendicke und -breite sowie die Tilgermasse wurden als Variablen definiert, allerdings unter der Vorgabe diskreter Schrittweiten um verfügbaren Halbzeugen zu entsprechen. Die Optimierung führte zu einer Geometrie mit einem Außendurchmesser von 156mm und einer Blechstärke von 0,5mm für das Balkenelement aus Federstahl. Die aus Ringmasse und Schraubverbindung bestehende Tilgermasse beträgt insgesamt 440g. In Abbildung 86 sind der Entwurf als FE-Modell sowie die reale Umsetzung des Tilgers zu sehen. Die Piezoelemente sind zur mechanischen Vorspannung durch die Masse auf der Unterseite des Balkens angebracht.



Abbildung 86: Darstellung des Tilgers mit PICMA® Biegeaktoren als FE-Modell (links) und Prototyp (rechts)

Zwar fand eine Modellanpassung an das Verhalten des Prototypen statt, um jedoch die Modellunsicherheiten mit einzubeziehen, die bei diesem Entwicklungsstand im Rahmen einer realen technischen Produktentwicklung vorhanden wären, werden nachfolgende Betrachtungen an dem zum Stand der Fertigung des Prototyps vorliegenden Modell erläutert. Abbildung 87 zeigt die berechnete und gemessene Frequenzverschiebung der Tilgereigenfrequenz getrennt für die beiden Verbundschichten. Die resultierenden Kopplungsfaktoren  $K$  sind in Tabelle 7 aufgeführt. Der in der Tabelle verwendete Index bezieht sich auf die beiden Verbundschichten des Wandlers, welche mit 1 und 2 identifiziert werden und zu einem Gesamtwert im Falle der Verwendung beider Verbünde gleichzeitig zusammengefasst sind.

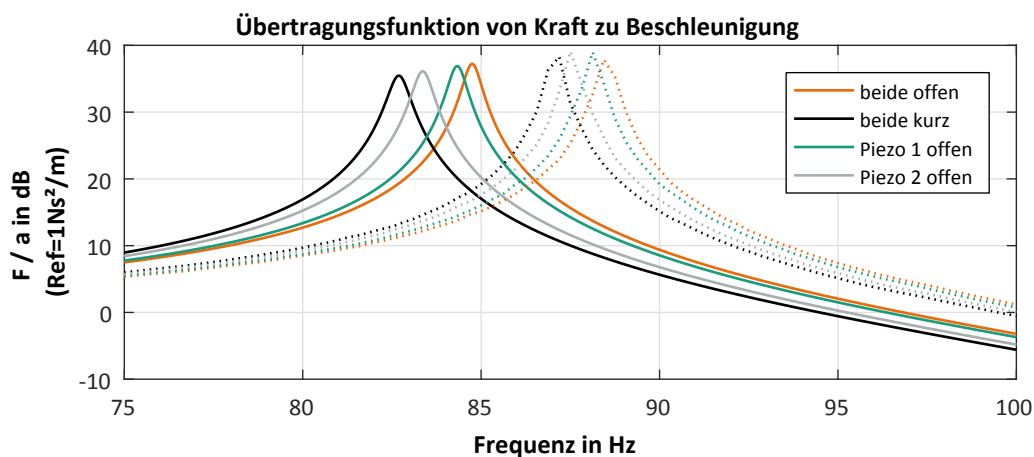


Abbildung 87: Berechnete und gemessene Frequenzverschiebung des Tilgers mit PICMA® Biegeaktoren bei offenen und kurzgeschlossenen Elektroden

— Simulation      --- Experiment

	$K_{\text{gesamt}}$	$K_1$	$K_2$
Simulation	0,22	0,13	0,20
Experiment	0,18	0,10	0,16

Tabelle 7: Kopplungsfaktoren aus Simulation und Experiment des Tilgers mit PICMA® Biegeaktoren

Der Vergleich der beiden Frequenzgänge von Kraft an der Tilgeranbindung zur Beschleunigung am selben Punkt zeigt, dass das reale System steifer ist als das Modell. Gleichzeitig werden die vorhergesagten Kopplungsfaktoren nicht erreicht, liegen aber im Bereich des Erwarteten. Da der Kopplungsfaktor der 2. Verbundschicht größer ist, als der der 1. Schicht, wird für die nachfolgenden Experimente diese an ein piezoelektrisches Netzwerk gekoppelt.

Die Modellgenauigkeit hinsichtlich der elektromechanischen Kopplung und der Piezokapazität lässt sich weiter durch Betrachtung der Übertragungsfunktion der Piezospaltung zur Kraftanregung beurteilen. Diese ist in Abbildung 88 dargestellt. Somit liegen die im Versuch auftretenden Spannungen niedriger als im Modell.

## 7. Potenzial adaptiver Tilger mit aktivem piezoelektrischen Netzwerk

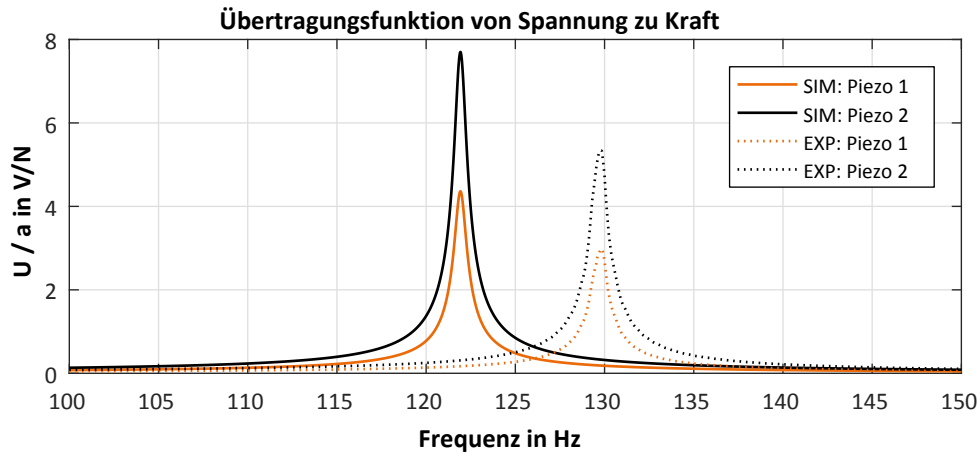


Abbildung 88: Berechnete und gemessene Spannungen am Piezoelement des Tilgers mit PICMA® Biegeaktoren

Die theoretisch erreichbare Frequenzverstimmung des Tilgers, bei der das nicht abgeglichen System noch stabil und gleichzeitig nicht zu stark gedämpft ist, zeigt Abbildung 89. Demzufolge ließe sich die Tilgerresonanzfrequenz von 84,8 Hz auf 41,3 Hz verschieben.

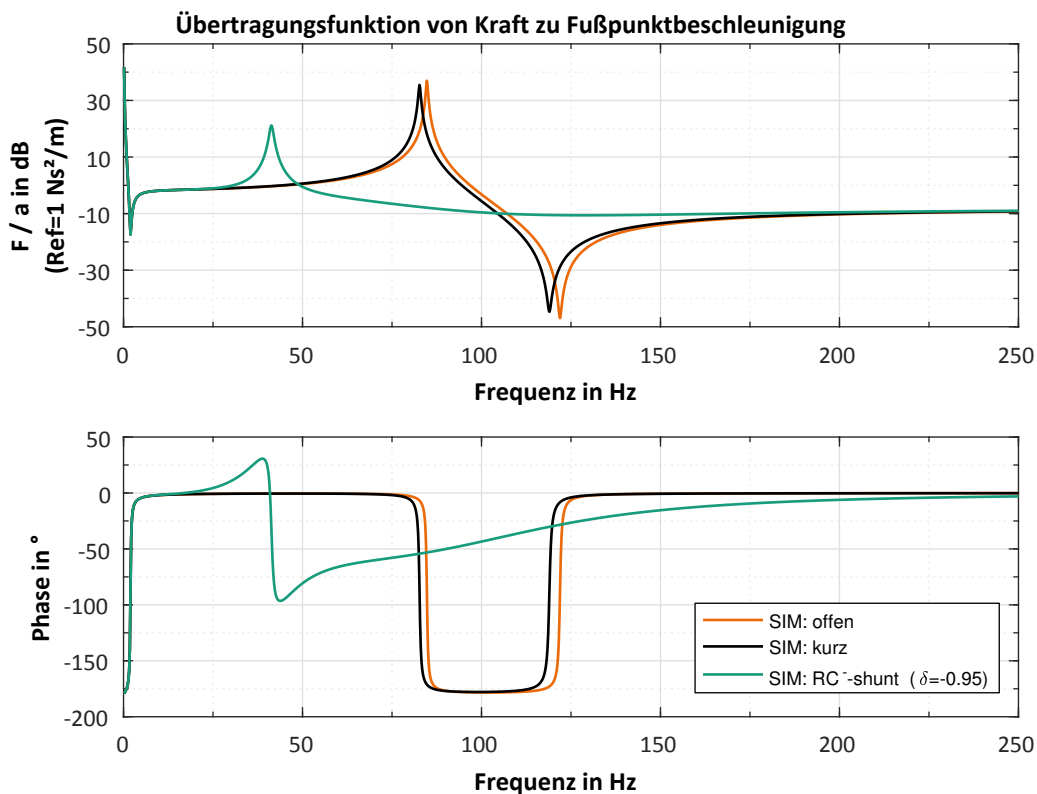


Abbildung 89: Berechnete Kraft und Frequenzverschiebung des Tilgers mit PICMA® Biegeaktoren bezogen auf die Fußpunktbeschleunigung für  $\delta=0,95$

Dieser Verlauf entspräche der Erwartung des Konstrukteurs zum Zeitpunkt einer Prototypenfertigung, zu dem auch die Kosten des Systems und die zu erwartende Leistungsfähigkeit feststünden. Abbildung 90 zeigt die zur Abschätzung der Anforderungen an die Elektronik notwendigen Informationen in Form der Spannungs- und Stromverhältnisse am Piezoelement und im piezoelektrischen Netzwerk.

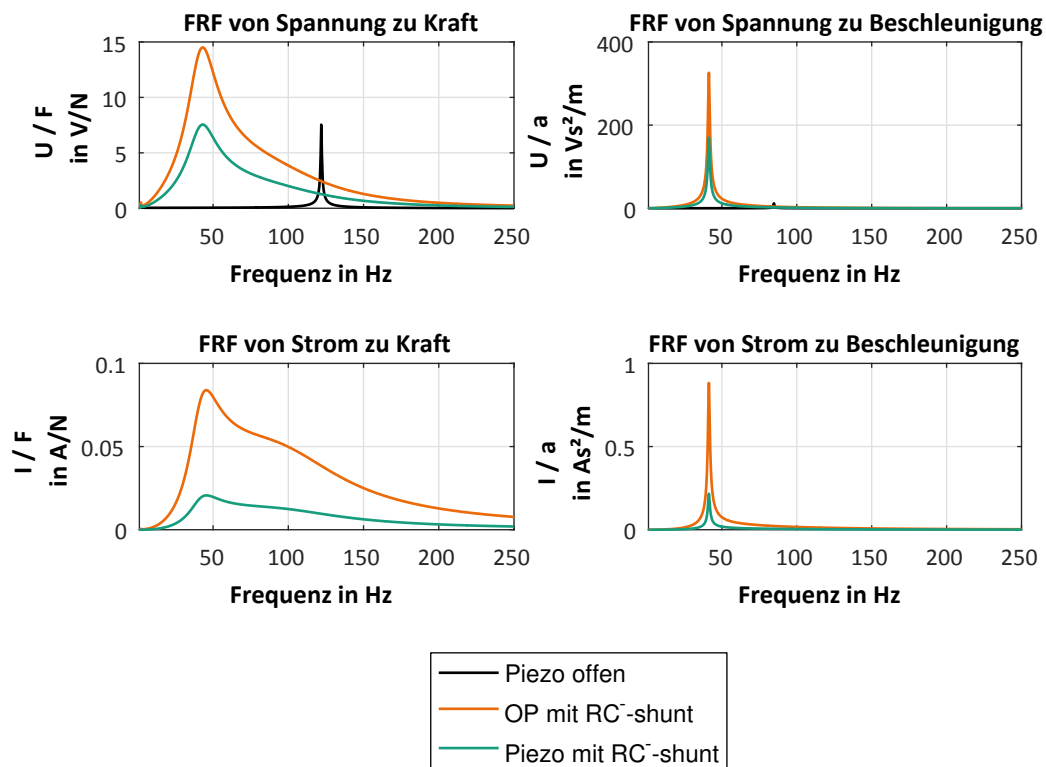


Abbildung 90: Berechnete Spannungen und Ströme des Tilgers mit PICMA® Biegeaktoren für  $\delta=-0,95$

Geht man mit diesem Kenntnisstand und einem gefertigten Prototyp zum experimentellen Aufbau des Systems über, zeigt sich jedoch, dass die hervorgesagte Frequenzverstimmung mit den numerisch ermittelten Schaltungsparametern nicht stabil umgesetzt werden kann. In Abschnitt 6.1 wurde der Einfluss der Netzwerkparameter auf die Systemstabilität dargestellt. Da das vorliegende Modell zu diesem Zeitpunkt nicht an das Verhalten des Prototyps angepasst ist, ist auch die Vorhersage der Stabilitätsgrenze und damit die Bestimmung einer Konfiguration der Netzwerkparameter  $R$  und  $R_3$  ungenau und fehlerbehaftet. Daher muss wiederum der erwähnte Sicherheitsfaktor  $\gamma$  groß genug gewählt werden, um dennoch ein stabiles System zu erhalten, dessen Verhalten noch ausreichend genau vom Modell beschrieben wird. Abbildung 91 zeigt die im Experiment erreichbare Frequenzverschiebung des Tilgers, bei der das Verhalten des realen Systems vom Modell noch weitgehend abgebildet wird. Bei niedrigeren Werten des Faktors  $\delta$  weichen Modell und Experiment stärker voneinander ab. Anhand der Lage der Kraftmaxima ist ersichtlich, dass das Modell die Systemverstimmung noch recht genau vorhersagt. Die Frequenzverstimmung für  $\delta=-0,91$  beträgt in beiden Fällen etwa 19 Hz. (Die insgesamt maximale Verstimmung wurde für  $\delta=-0,921$  erreicht und lag bei 26,2 Hz.)

## 7. Potenzial adaptiver Tilger mit aktivem piezoelektrischen Netzwerk

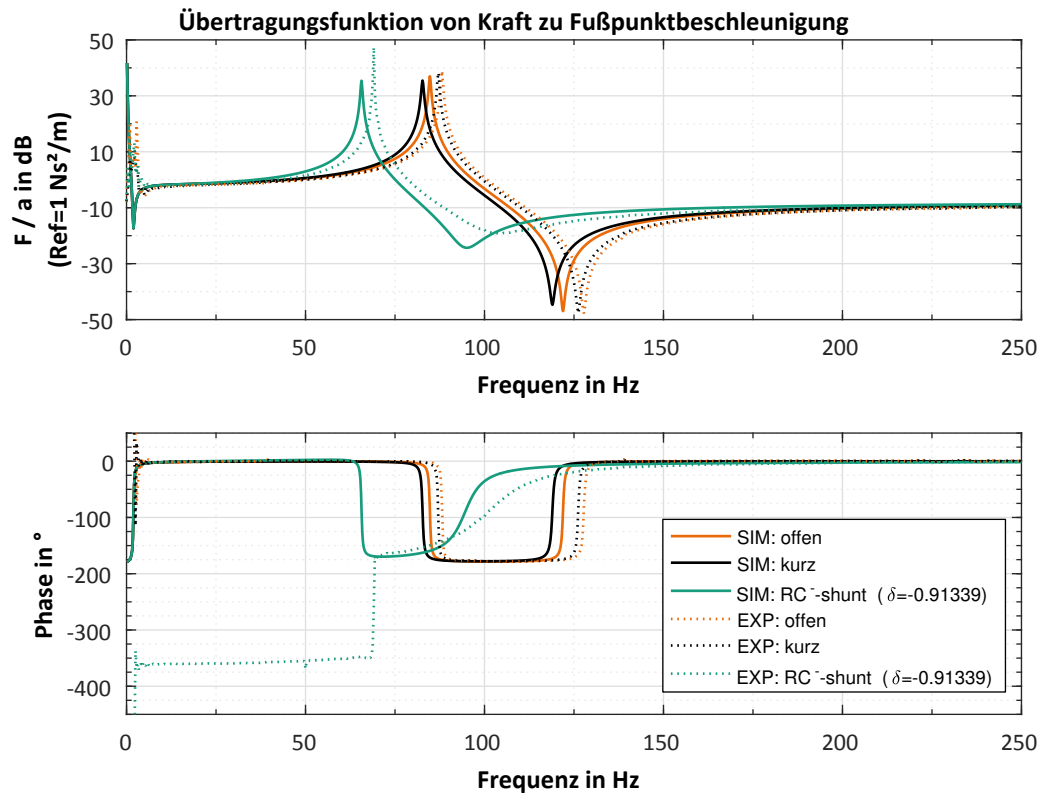


Abbildung 91: Berechnete und gemessene Kraft und Frequenzverschiebung des Tilgers mit PICMA® Biegeaktoren bezogen auf die Fußpunktbeschleunigung für  $\delta = -0,91$

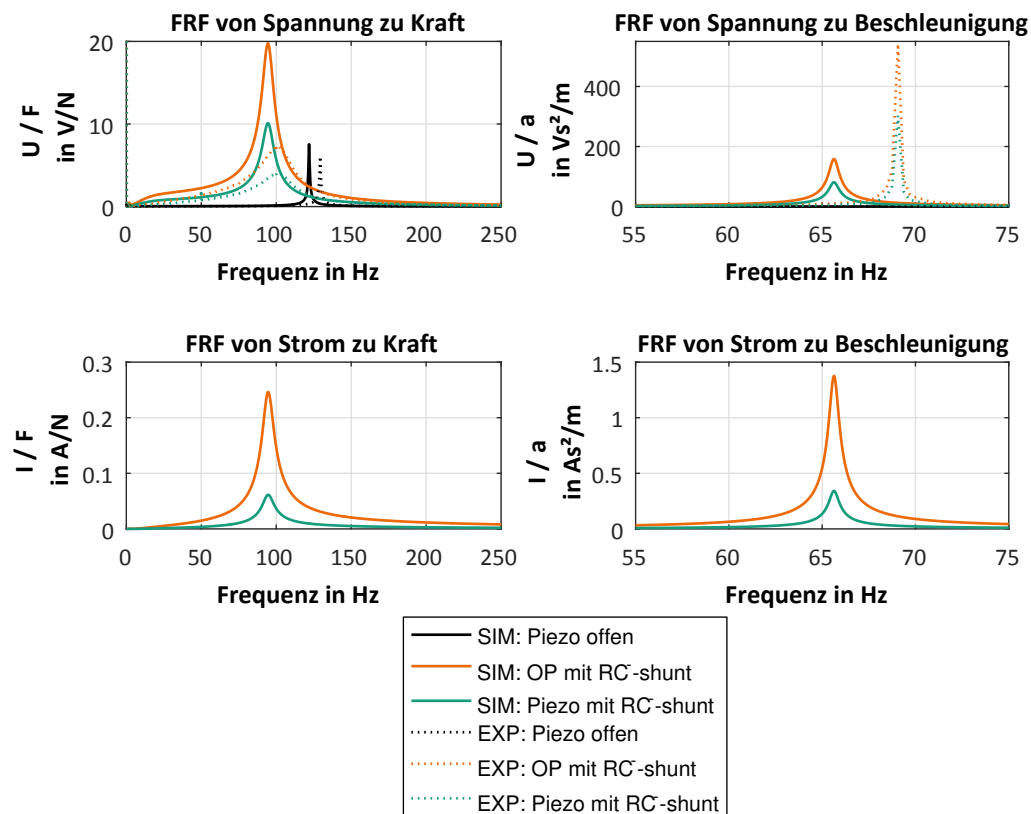


Abbildung 92: Darstellung der elektrischen Größen Spannung und Strom am Piezoelement und OP-Ausgang bezogen auf die Fußpunktbeschleunigung für  $\delta = -0,91$

Zudem ist in Abbildung 92 anhand des Vergleichs zwischen den vorhergesagten und experimentell ermittelten Spannungen ersichtlich, dass die Modellungenauigkeiten zu Fehlern in den berechneten Spannungsverläufen führen. (Die Ströme konnten experimentell nicht ermittelt werden.)

In der Gesamtschau lässt sich hinsichtlich der Frage der Beherrschbarkeit des Entwicklungsprozesses von Systemen mit piezoelektrischen Netzwerken festhalten, dass die vorgestellten Methoden und Abläufe prinzipiell für eine Entwicklung geeignet sind, jedoch eine ausreichend hohe Modellgenauigkeit bereits bei vergleichsweise einfachen Systemen schwierig herzustellen ist. Während die Modellierung der Trägerstrukturen über die Methode der Finiten Elemente und die diesbezüglich möglichen Fehlerquellen für erfahrene Konstrukteure beherrschbar sein sollte, stellt sich die Einbindung der piezoelektrischen Wandler im Modell als Herausforderung dar. Gerade der Prozess der Piezointegration oder -applikation über eine Klebung ist, zumindest bei manueller Fertigung, mit großen Unsicherheiten verbunden. Die zuletzt dargestellten Ergebnisse basierten bereits auf Modellen, für deren Erstellung auf Vorwissen aus der Entwicklung des Tilgers der Kapitel 4 bis 5 zurückgegriffen werden konnte. Dennoch konnte das Systemverhalten nur bis zu einem Grad beschrieben werden, der das Stabilitätsverhalten des Systems nicht vollständig abbildet und somit die von einem möglichen Produkt zu erwartende Leistungsfähigkeit nur ungenau widerspiegelt. Zur exakten Beherrschung der Gesamtsystementwicklung stellt die numerisch präzise Beschreibung der Verbindung zwischen Piezoelement und Trägerstruktur somit eine essentielle Notwendigkeit dar. Diese Wissenslücke ließe sich ggf. über eine Erstellung detaillierter Richtlinien zur Modellierung der Piezoanbindung im Modell, welche durch Versuchsreihen verifiziert sind, schließen.

Aus Sicht der Produktentwicklung wäre dieses Wissen zwar mit großen Vorteilen verbunden, jedoch ist es u.U. nicht unbedingt notwendig. So eignet sich das beschriebene Vorgehen dennoch zur Realisierung funktionsfähiger Systeme, lediglich das Potenzial kann ohne noch detaillierte Modelle nicht vollständig ausgeschöpft werden. Deshalb wäre es bei diesem Stand der Entwicklung möglich, dass Modell an die Eigenschaften des Prototyps anzupassen, so dass eine ähnlich detaillierte Repräsentation der Eigenschaften möglich ist, wie im Fall des Beispielsystem in Kapitel 5. So könnte in einer zweiten Entwicklungsstufe der notwendige Sicherheitsfaktor reduziert und gleichzeitig die Anforderungen an die elektrischen Leistungskomponenten besser identifiziert werden.

Zur Verifizierung der Aussage, dass sich mit dem beschriebenen Vorgehen funktionstüchtige Systeme entwickeln lassen, wird in nachfolgender Abbildung 93 abschließend das Verhalten des entwickelten Tilgers bei Beschleunigungspegeln dargestellt, die den Anforderungen zum Einsatz im Fahrzeug entsprechen. Die Beschleunigung lag im gesamten Frequenzbereich zwischen 3,7 und 8,8m/s<sup>2</sup>, bei der kritischen Tilgungsfrequenz immer noch bei 1,1m/s<sup>2</sup>.



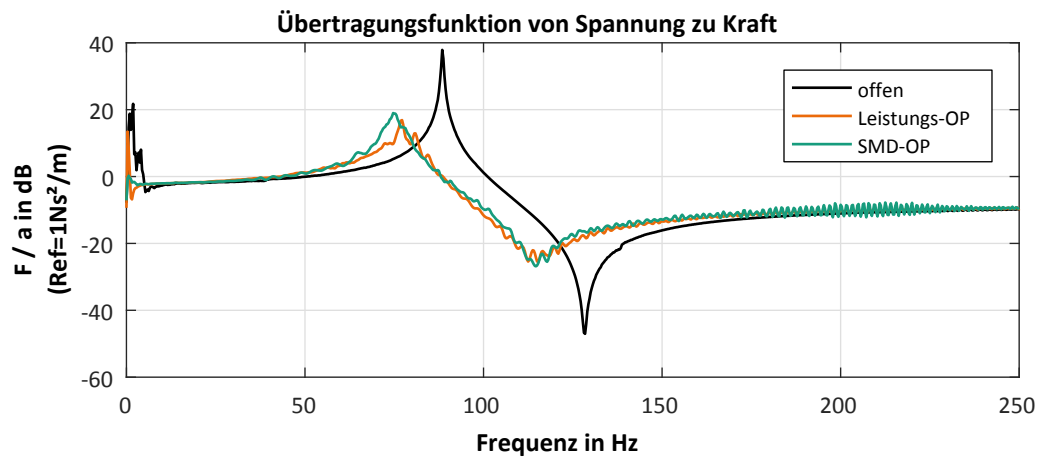


Abbildung 93: Gemessene Kraft und Frequenzverschiebung des Tilgers mit *PICMA*® Biegeaktoren bezogen auf die Fußpunktbeschleunigung bei Beschleunigungspegeln von ca.  $3,7 \text{ m/s}^2$

Das Verhalten wurde mit OP unterschiedlicher Bauweise bei einer Spannungsversorgung von  $\pm 30\text{V}$  erreicht, was auch der maximalen Belastung der Piezoelemente entspricht. Zwischen einem OP in SMD-Bauweise und einem Leistungs-OP sind bei dieser Belastung keine signifikanten Unterschiede erkennbar.

## 8. Zusammenfassung und Ausblick

Mit der vorliegenden Arbeit wurde ein lange bestehendes Forschungsthema aufgegriffen, dass auch gegenwärtig noch Gegenstand zahlreicher wissenschaftlicher Veröffentlichungen verschiedener Forschergruppen ist, gleichzeitig jedoch bislang keine technische Verbreitung in der Anwendung gefunden hat.

Der untersuchte Bereich des shunt dampings beschäftigt sich damit, mechanische Strukturen über eine Kombination mit elektromechanischen Wandlern, wie Spulen oder piezoelektrischen Elementen, zu dämpfen. Dabei finden die zur Dämpfung führenden dissipativen Vorgänge innerhalb elektrischer Schaltkreise statt. Die in der Literatur beschriebenen Methoden wurden mit der Zeit zunehmend komplexer und verfolgten unterschiedlichste Ansätze zur Schwingungsbbeeinflussung der Trägerstruktur. Da in diesem Zusammenhang jedoch auch Schaltkreise entstanden, die steifigkeitsverändernde Eigenschaften haben, und somit der Begriff shunt damping nicht mehr zutreffend ist, wurde der Begriff der piezoelektrischen Netzwerke zur Beschreibung des in der Arbeit untersuchten Bereichs herangezogen. Dieser Begriff stellt einerseits eine Einschränkung dar, da hiermit die Betrachtung elektrodynamischer Wandler ausgenommen ist, andererseits ist es eine erweiterte Betrachtung, die über die rein dämpfende Eigenschaft von elektrischen Schaltungen hinausgeht und sich allgemein mit den schwingungsbeeinflussenden Eigenschaften dieser befasst.

Eine der zentralen Ausgangsfragen der Arbeit war eine klar anwendungsorientierte: Warum findet sich, trotz zahlreicher wissenschaftlicher Publikationen zum Thema, im Jahr 2017 noch immer keine weitreichende Verbreitung der Technologie in technischen Produkten?

Diese Frage kann natürlich nicht abschließend beantwortet werden, jedoch konnten im Laufe der Arbeit verschiedene Aspekte identifiziert und beschrieben werden, die als mögliche Erklärungsansätze dafür in Frage kommen. So wurde der, in der Literatur oft in Zusammenhang mit den untersuchten Methoden gebrachte, Einsatzbereich als schwingungsdämpfende Maßnahme im Bereich von Leichtbaukonstruktionen kritisch hinterfragt. Aufbauend auf einer numerischen Vorstudie hierzu konnte in der vorliegenden Arbeit dargestellt werden, dass der passive RL-shunt eigentlich keine technische Alternative zum Einsatz mechanischer Tilger darstellt, sollten nicht spezielle Randbedingungen wie Bauraumbeschränkungen dessen Einsatz verbieten. Dies stellt bereits ein wichtiges Hindernis zur Etablierung der Techniken im Maschinenbau dar. Da der RL-shunt vermutlich der bekannteste Schaltkreis ist, ist anzunehmen, dass dieser auch in Entwicklungsabteilungen, die das Thema erschließen möchten, herangezogen wird, bevor komplexere Methoden überhaupt in Betracht gezogen werden. Es erscheint daher plausibel, dass eine enttäuschende Performanz der passiven Methoden zu diesem Entwicklungszeitpunkt in der Vergangenheit bereits dazu geführt haben könnte, dass ggf. weitere Untersuchungen frühzeitig verworfen wurden. Mit der in dieser Arbeit entwickelten Gesamtsystemmodellierung steht eine Methode bereit, die es erlaubt, den geeigneten Schaltkreis im frühen Entwicklungsstadium für den jeweiligen Anwendungsfall zu identifizieren und detailliert auszulegen.

Das Ziel der Arbeit war u.a. zu eruieren, ob sich weitere konkrete Hindernisse identifizieren lassen, die eine technische Einführung bisher behinderten und mögliche Wege aufzuzeigen, wie diese in einer Systemauslegung frühzeitig berücksichtigt und umgangen werden können. Deshalb wird ein möglichst ganzheitlicher Entwicklungs- und Modellierungsansatz vorgeschlagen, der hinsichtlich der zu erlangenden Erkenntnistiefe über bestehende Modelle hinausgeht. Zudem wird ein Entwicklungsablauf eines Systems mit piezoelektrischem Netzwerk präsentiert, der eine Optimierung in mehreren Teilschleifen vorsieht, dabei aber stets das Gesamtsystemverhalten im Fokus behält.

Eine der Stärken der Methoden der piezoelektrischen Netzwerke, die häufig Erwähnung in der Literatur findet, ist der geringe Energiebedarf gegenüber aktiven Systemen, da diese die mechanische Energie der Trägerstruktur, welche über den piezoelektrischen Effekt gewandelt wird, nutzen. Dies gilt für alle piezoelektrischen Netzwerke. Jedoch ist in den letzten Jahren eine Tendenz zu immer komplexer werdenden Systemen erkennbar, die zu einem großen Teil nicht mehr ausschließlich passive Eigenschaften aufweisen. Da die Begrifflichkeiten der unterschiedlichen Kategorien von Netzwerken in wissenschaftlichen Publikationen nicht konsistent verwendet werden, wurde in dieser Arbeit eine Begriffsdefinition zur Kategorisierung der Techniken vorgeschlagen. Diese orientiert sich streng an dem Energiefluss der jeweiligen Netzwerke. Diese Sichtweise erleichtert zum einen die klare Differenzierung der verschiedenen Methoden und gibt gleichzeitig einen Hinweis auf die zu erwartende Leistungsfähigkeit der jeweiligen Technik, da nach der vorgeschlagenen Definition aktive Netzwerke stets zusätzliche Kräfte oder Momente einbringen, wohingegen semi-aktive nur ihre sonst passiven Eigenschaften verändern. Gleichzeitig wirft diese Definition die Frage nach den Vorteilen gegenüber den aktiv geregelten Systemen zur Strukturbeeinflussung auf. Wie ist der elektrische Leistungsbedarf gegenüber einem aktiven piezoelektrischen Netzwerk? Sind für die Realisierung ähnlich leistungsfähiger Netzwerke ggf. vergleichbare Anforderungen an die elektrischen Komponenten gestellt, wie an aktive Verstärker geregelter Systeme?

Neben der Zielstellung möglichst unterschiedlich komplexe Systeme und Netzwerke in gekoppelter elektromechanischer Form beschreiben zu können, bildete diese Frage eine zentrale Motivation für die Wahl der Werkzeuge und der Herleitung des vorgeschlagenen Entwicklungsablaufs. Bisher fand die Betrachtung der Leistungsgrößen nur relativ wenig Aufmerksamkeit in wissenschaftlichen Forschungen, verglichen mit der Aufmerksamkeit, die auf immer komplexer werdenden Netzwerkarchitekturen gerichtet wurde.

Die vorgeschlagene Modellierungsmethode des Gesamtsystems basiert auf der Beschreibung der Basisstruktur in Form eines FE-Modells und der Möglichkeit piezoelektrische Elemente direkt als Finite Elemente zu realisieren. Da sich innerhalb der FE-Simulationsumgebung direkt jedoch nur die einfachsten Schaltungen zusätzlich beschreiben lassen, sieht der Ansatz die Modellordnungsreduktion der gekoppelten Modelle und Weiterverarbeitung in einer Zeitbereichssimulationsumgebung, wie *Matlab/Simulink* vor. Dort findet die eigentliche Kopplung an die

elektrischen Netzwerke statt: entweder auf Basis einer analytischen Beschreibung der elektrischen Netzwerkadmittanz oder über die Integration zum Großteil bereits vorhandener Simulationsblöcke zur Modellierung elektronischer Schaltungen. Anhand einer einfach gehaltenen Versuchsstruktur wurde exemplarisch die Werkzeugkette dargestellt und die Genauigkeit der einzelnen verwendeten Modellkomponenten diskutiert. Dafür wurde ein mechanischer Tilger verwendet, dessen Systemeigenschaften sich über applizierte piezoelektrische Wandler und verschiedene Schaltungen verändern lassen. Stellvertretend für eine ganze Reihe ähnlicher Schaltkreise wurden drei der in der Literatur häufig rezipierten Schaltungen am Beispiel des Tilgers dargestellt. Dieser wurde nicht alleine aufgrund seines einfachen Aufbaus und der Möglichkeit der Erstellung eines analytischen Referenzmodells gewählt. Zugleich dient er zur Darstellung und Evaluierung als potentielle Anwendung für den Einsatz piezoelektrischer Netzwerke, die über das klassische Einsatzgebiet zur Dämpfung hinausgeht.

Daran anschließend wurden Aspekte diskutiert, die zum einen die Genauigkeit des Modellierungsansatzes und zum anderen wichtige Designparameter betreffen, deren Beachtung zur Realisierung essentiell ist. Auffällig bei dem Vergleich zwischen dem Modellverhalten und Experiment war, dass manche Netzwerke nahezu perfekt abgebildet werden konnten, wohingegen andere konstant charakteristische Abweichungen zeigten. Im Detail betrifft dies die resistiven Eigenschaften von Netzwerken mit einer negativen Kapazität. Es zeigte sich, dass die Abweichungen des Gesamtsystems umso größer sind, je mehr die aktive Komponente des Schaltkreises zum Tragen kommt. Eine Untersuchung zur Modellgenauigkeit der Netzwerkimpedanz, durch einen Vergleich mit experimentellen Daten, konnte zeigen, dass diese ausreichend gut beschrieben ist. Ebenso zeigte das reduzierte Modell ohne Netzwerk einen hohen Grad an Übereinstimmung mit den durchgeführten Versuchen. Dies führte zur Hypothese, dass ggf. die lineare Beschreibung der Eigenschaften der Piezokeramik als einfacher Kondensator mit einem parallelen und einem seriellen Widerstand nicht ausreichend detailliert ist, um Netzwerke mit negativer Kapazität exakt beschreiben zu können. Über eine künstliche Anpassung der Widerstandswerte konnte gezeigt werden, dass das Systemverhalten auch mit einer negativen Kapazität genau abgebildet wird, würde man diese manuell angepassten Werte heranziehen. Ein Beweis für diese Hypothese konnte im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht erbracht werden. Es ist nicht vollends auszuschließen, dass diese Abweichung durch Messfehler in der Bestimmung der resistiven Anteile begründet sein könnte, da eine Bestimmung dieser nur indirekt über eine komplexe Impedanzmessung erfolgen kann. Dabei kommen modellbasierte Curve-fitting-Verfahren zum Einsatz, die ggf. zu Fehlinterpretationen führen können, wenn das zugrundeliegende Modell nicht dem realen entspricht. Im vorliegenden Fall entsprach das Modell jedoch genau dem, welches auch in der Simulation verwendet wurde. Diesen Aspekt genauer zu untersuchen, könnte ggf. auch Erklärungsansätze im Hinblick auf vorhandene Unsicherheiten bei der Vorhersage der Stabilitätseigenschaften dieser Netzwerke liefern. Zwar konnte im Weiteren anhand von abgeleiteten Stabilitätskarten ein Zusammenhang zwischen zwei konkreten Netzwerkparametern und der Stabilität der Netzwerke mit negativer Kapazität dargestellt werden und im Prin-

zip experimentell bestätigt werden, dennoch ist eine exakte Vorhersage der Stabilitätsgrenze mit dem vorgeschlagenen Modell nicht möglich. Die Methode zur Identifikation der Stabilitätsgrenze geht aber über die bisherigen analytischen Beschreibungen hinaus. So konnte erstmals gezeigt werden, dass der von einzelnen Autoren erwähnte Sicherheitsfaktor bei der Systemauslegung zumindest zum Teil auf die Betrachtung dieser beiden Widerstände zurückzuführen ist.

Die Analyse der elektrischen Leistungsgrößen innerhalb der Netzwerke ergab, dass diese unter realitätsnahen Anregungsbedingungen, zu sehr großen Spannungen und Strömen führen können. Als ersten Schritt zur konstruktiven Beherrschung dieses Sachverhaltes wurde für die Schaltung des negativen Impedanzkonverters ein Bauteilparameter identifiziert, der bisher diesbezüglich keine Betrachtung in der Literatur fand. Auf diese Weise ließe sich die Ausgangsspannung der Operationsverstärker zumindest auf das Niveau der Spannungen am Piezoelement senken. Eine ergänzende Maßnahme hierzu, die Verwendung von mehrschichtigen Aktoren, wurde innerhalb einer numerischen Studie umgesetzt, die den Anwendungsfall eines adaptiven Tilgers, welcher sich durch eine negative Kapazität aktiv verstimmen und so auf eine veränderliche Anregung anpassen lässt, untersucht. Hierzu wurde eine konkrete Problemstellung aus dem Automobilbereich aufgegriffen und geprüft, ob die technischen Anforderungen erfüllbar sind. Es zeigte sich, dass das Konzept prinzipiell dafür geeignet ist, Schwingungen am Hinterachsgetriebe eines Kraftfahrzeuges entgegenzuwirken. Jedoch zeigte sich zugleich, dass bei typischen Schwingungsamplituden die Spannungen zu groß für eine Umsetzung mit dem untersuchten Entwurf sind und die Piezoelemente den Belastungen nicht standhalten könnten.

Abschließend und exemplarisch für den vorgeschlagenen Optimierungsablauf fand eine Neu-dimensionierung des Tilgers unter Verwendung kommerziell verfügbarer Wandlerelemente statt. Anhand dessen konnte gezeigt werden, dass zwar Modellungenauigkeiten vorliegen, jedoch die internen elektrischen Größen beim Entwurf mit einbezogen werden konnten, so dass das finale Design mit den typischen Amplituden, welche zuvor am Fahrzeug angenommen wurden, funktionstüchtig blieb.

Zusammenfassend lässt sich schlussfolgern, dass die vorgestellte Methode als entwicklungsbegleitende Maßnahme dazu geeignet ist den Entwurf auf mechanischer, wie auch auf elektrischer Seite zu beschreiben und einen tiefen Einblick in das Gesamtsystemverhalten ermöglicht. Gleichzeitig zeigten sich Grenzen bei der Übertragbarkeit der Techniken für eine Anwendung im Bereich des Maschinenbaus. Anhand des Vergleichs mit einem aktiv geregelten System wurde ersichtlich, dass die Leistungsgrößen innerhalb eines piezoelektrischen Netzwerks durchaus in der Größenordnung eines aktiven Systems liegen können. Vorteilhaft stellt sich dennoch die Schaltungselektronik im Vergleich zu aufwändigen Piezoverstärkern dar. So konnte messtechnisch gezeigt werden, dass die Leistungsaufnahme des RLC-shunts bei annähernd gleicher Performanz niedriger liegt, als bei einem aktiv geregelten System mit kommerziellen Piezoverstärkern.

Die Betrachtung der Anwendung als adaptiver Tilger zeigte interessante Möglichkeiten auf, jedoch wird die technische Anwendung dessen wohl aufgrund der vergleichsweise hohen Stückkosten höchstens für spezielle Anwendungsfälle in Frage kommen. Das Beispiel zeigt jedoch, dass es auch außerhalb der Anwendung als Dämpfungselement interessante Einsatzmöglichkeiten gibt. Denkbar wäre eine ähnliche funktionsintegrierte Anwendung zur Verbesserung der Eigenschaften passiver Schwingungsisolatoren. Durch den Frequenzselektiv wirkenden Charakter der resonanten Netzwerke könne die Hauptresonanz eines Isolationssystems gedämpft werden, ohne bei höheren Frequenzen an Isolationswirkung zu verlieren.

## Literatur

- [1] Forward, R. L. (1979): Electronic Damping of Vibrations in Optical Structures. In: Applied Optics 18/5, S. 690–697.
- [2] Forward, R. L. (1979): Electromechanical Transducer-Coupled Mechanical Structure with Negative Capacitance Compensation Circuit. US Patent Specification 4,158,787.
- [3] Lazarus, K. B.; Moore, J. W.; Jacques, R. N.; Allen, J. C. (1999): Adaptive Sports Implement/5,857,694. URL: <http://www.google.com/patents/US5857694>.
- [4] Head Sport AG: Intelligence™.  
URL: <http://www.head.com/ski/technologies/skis/?region=us&id=312#>. Abrufdatum 13.08.2015.
- [5] Head Sport AG: KERS.  
URL: <http://www.head.com/ski/technologies/skis/?region=us&id=330>. Abrufdatum 13.08.2015.
- [6] Lammer, H.: Ski, Method of Stiffening the Ski and Method of Manufacturing the Ski/US7080849. Abrufdatum 13.08.2015.
- [7] Vandergrift, J. A.; DeRocco, A. O.; Glenne, B.; Sterling, S. (2000): Active Piezoelectric Damper for a Snow Ski or Snowboard/US6095547 A.  
URL: <http://www.google.com/patents/US6095547>.
- [8] Head Sport AG: Head Snowboard.  
URL: <http://www.ridehead.com/snowboard/knowledge/?region=ww>. Abrufdatum 13.08.2015.
- [9] Advanced Cerametrics: Case Studies - Advanced Cerametrics.  
URL: <http://www.advancedcerametrics.com/industries-served/case-studies/>. Abrufdatum 13.08.2015.
- [10] Lammer, H.: Racket with Self-Powered Piezoelectric Damping System/US7160286. Abrufdatum 13.08.2015.
- [11] Cottey, R.; Kotze, J.; Lammer, H.; Zirngibl, W.: An Extended Study Investigating the Effects of Tennis Rackets with Active Damping Technology on the Symptoms of Tennis Elbow. In: Moritz, E. F.; Haake, S. (Hrsg.): The Engineering of Sport 6. New York, NY 2006.
- [12] Niederberger, D. (2005): Smart Damping Materials using Shunt Control, Dissertation. ETH Zürich.
- [13] Fleming, A. J.; Niederberger, D.; Moheimani, S. O. R.; Morari, M. (2006): Mitigation of Acoustic Resonance using Electrically Shunted Loudspeakers. In: Smart Materials and Structures 6169, S. 616918-1–616918-12.
- [14] Preumont, A.: Mechatronics. Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems 2006.
- [15] Collette C., P. A.: Energy Transfer in Semi-Active Suspension. In: Sas, P.; Bergen, B. (Hrsg.): Proceedings of the 2008 International Conference on Noise and Vibration Engineering. Heverlee, Belgium 2008.
- [16] Marneffe, B. de; Horodincu, M.; Preumont, A.: Vibration Isolation via Shunted Electromagnetic Transducers. In: Sas, P.; Bergen, B. (Hrsg.): Proceedings of the 2008 International Conference on Noise and Vibration Engineering. Heverlee, Belgium 2008.
- [17] Preumont, A.: Vibration Control of Active Structures: An Introduction, 3rd Edition. Berlin/Heidelberg 2011.

- [18] Hagood, N. W.; Flotow, A. von (1991): Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks. In: *Journal of Sound and Vibration* 146/2, S. 243–268.
- [19] Hollkamp, J. J. (1994): Multimodal Passive Vibration Suppression with Piezoelectric Materials and Resonant Shunts. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 5/1, S. 49–57.
- [20] Ahmadian, M.; Jeric, K. M. (2001): On the Application of Shunted Piezoceramics for Increasing Acoustic Transmission Loss in Structures. In: *Journal of Sound and Vibration* 243/2, S. 347–359.
- [21] Giorgio, I.; Culla, A.; Del Vescovo, D. (2009): Multimode Vibration Control Using Several Piezoelectric Transducers Shunted with a Multiterminal Network. In: *Archive of Applied Mechanics* 79, S. 859–879.
- [22] Lallart, M. (Hrsg.): *Vibration Control*. Rijeka 2010.
- [23] Mokrani, B.; Bastait, R.; Viguié, R. V.; Preumont, A.: *Vibration Damping of Turbomachinery Components with Piezoelectric Transducers: Theory and Experiment*. In: Sas, P.; Moens, S.; Jonckheere, S. (Hrsg.): *Proceedings. ISMA 2012*. Leuven 2012.
- [24] Ouisse, M.; Collet, M.: *Smart Periodic Structures for Vibroacoustic Control*. In: Steffen, V., JR.; Rade, D. A.; Bessa, W. M. (Hrsg.): *Proceedings of the XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics 2015*.
- [25] Viana, F. A. C.; Steffen, V., JR. (2006): Multimodal Vibration Damping through Piezoelectric Patches and Optimal Resonant Shunt Circuits. In: *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 28/3, S. 293–310.
- [26] Fleming, A. J.; Moheimani, S. O. R. (2003): Adaptive Piezoelectric Shunt Damping. In: *Smart Materials and Structures* 12/1, S. 36–48.
- [27] Hollkamp, J. J.; Starchville, T. F. (1994): A Self-Tuning Piezoelectric Vibration Absorber. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 5/4, S. 559–566.
- [28] Wernick, H.; Korak, J.: *Multiband Damping of Resonant Vibrating Piezo-Electric Structures by using Digital Adaptive Passive Shunting*. In: Sodano, H. A. (Hrsg.): *SPIE Smart Structures and Materials + Nondestructive Evaluation and Health Monitoring 2012*.
- [29] Gripp, J. A. B.; Goes, Luiz C. S.; Heuss, O.; Scinocca, F. (2015): An adaptive piezoelectric vibration absorber enhanced by a negative capacitance applied to a shell structure. In: *Smart Materials and Structures* 24/12.
- [30] Date, M.; Kutani, M.; Sakai, S. (2000): Electrically controlled elasticity utilizing piezoelectric coupling. In: *Journal of Applied Physics* 87/2, S. 863–868.
- [31] Oleskiewicz, R.; Neubauer, M.; Krzyzynski, T. (2006): Impedance Losses in Negative Capacitance Circuits for Semi-Passive Vibration Control with Piezo-Ceramics. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* 6, S. 321–322.
- [32] Jones, B. K.; Santana, J.; McPherson, M. (1998): Negative Capacitance Effects in Semiconductor Diodes. In: *Solid State Communications* 107/2, S. 47–50.
- [33] Manzoni, S.; Moschini, S.; Redaelli, M.; Vanali, M. (2012): Vibration attenuation by means of piezoelectric transducer shunted to synthetic negative capacitance. In: *Journal of Sound and Vibration* 331/21, S. 4644–4657.
- [34] Oleskiewicz, R.; Neubauer, M.; Krzyzynski, T. (2007): Voltage Amplification Transfer Function Analysis of the Operational Amplifier in the Negative Capacitance Circuits for



- Vibration Control with Piezoceramics. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* 7, S. 4130013–4130014.
- [35] Vaclavik, J.; Kodejska, M.; Mokry, P. (2014): Wall-Plug Efficiency Analysis of Semi-Active Piezoelectric Shunt Damping Systems. In: *Journal of Vibration and Control*, S. 1–9.
  - [36] Wu, S.-y.; Bicos, A. S.: Structural Vibration Damping Experiments using Improved Piezoelectric Shunts. In: Davis, L. P. (Hrsg.): *Passive Damping and Isolation. Proceedings of SPIE*. Bellingham, Wash., USA 1997.
  - [37] Marneffe, B. de; Preumont, A. (2008): Vibration Damping with Negative Capacitance Shunts: Theory and Experiment. In: *Smart Materials and Structures* 17/3, S. 1–9.
  - [38] Neubauer, M.; Wallaschek, J. (2013): Vibration Damping with Shunted Piezoceramics: Fundamentals and Technical Applications. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 36, S. 36–52.
  - [39] Neubauer, M.; Sebastian, M.; Han, X.: Shunted Piezoceramics for Vibration Damping – Modeling, Applications and New Trends. In: Berselli, G.; Vertechy, R.; Vassura, G. (Hrsg.): *Smart Actuation and Sensing Systems - Recent Advances and Future Challenges 2012*.
  - [40] Neubauer, M.; Oleskiewicz, R.; Popp, K.; Krzyzynski, T. (2006): Optimization of Damping and Absorbing Performance of Shunted Piezo Elements Utilizing Negative Capacitance. In: *Journal of Sound and Vibration* 298, S. 84–107.
  - [41] Neubauer, M.; Han, X.; Wallaschek, J. (2013): On the Maximum Damping Performance of Piezoelectric Switching Techniques. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 24/6, S. 717–728.
  - [42] Neubauer, M.; Wallaschek, J. (2008): Analytical and Experimental Investigation of the Frequency Ratio and Switching Law for Piezoelectric Switching Techniques. In: *Smart Materials and Structures* 17/3, S. 1–9.
  - [43] Neubauer, M.; Krack, M.; Wallaschek, J. (2010): Parametric Studies on the Harvested Energy of Piezoelectric Switching Techniques. In: *Smart Materials and Structures* 19/2, S. 1–10.
  - [44] Neubauer, M.: *Schwingungsdämpfung mit beschalteten Piezowandlern und Anwendung zur Unterdrückung von Bremsenquietschen. zugleich: Dissertation*, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover. Garbsen 2009.
  - [45] Ciminello, M. (2009): *Semi-Passive Control Strategy using Piezoceramic Patches in Non Linear Commutation Architecture for Structural-Acoustic Smart Systems*, Ph.D. Thesis. University of Naples "Fredeico II".
  - [46] Faiz, A.; Guyomar, D.; Petit, L.; Buttay, C. (2006): Wave Transmission Reduction by a Piezoelectric Semi-Passive Technique. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 128/2, S. 230–237.
  - [47] Guyomar, D.; Badel, A. (2006): Nonlinear Semi-Passive Multimodal Vibration Damping: An Efficient Probabilistic Approach. In: *Journal of Sound and Vibration* 294/1-2, S. 249–268.
  - [48] Guyomar, D.; Mohammadi, S.; Richard, C. (2009): Effect of Boundary (support) Conditions on Piezoelectric Damping in the Case of SSDI Vibration Control Technique. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 23/2, S. 501–513.
  - [49] Lallart, M.; Harari, S.; Petit, L.; Guyomar, D.; Richard, T.; Richard, C.; Gaudiller, L. (2009): Blind Switch Damping (BSD) A Self-Adaptive Semi-Active Damping Technique. In: *Journal of Sound and Vibration* 328, S. 29–41.

- [50] Lallart, M.; Harari, S.; Petit, L.; Guyomar, D.; Richard, T.; Richard, C.; Gaudiller, L. (2009): Blind Switch Damping (BSD) A Self-Adaptive Semi-Active Damping Technique. In: *Journal of Sound and Vibration* 328/1-2, S. 29–41.
- [51] Lallart, M.; Lefeuvre, É.; Richard, C.; Guyomar, D. (2008): Self-Powered Circuit for Broadband, Multimodal Piezoelectric Vibration Control. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 143/2, S. 377–382.
- [52] Li, K.; Gauthier, J.-Y.; Guyomar, D. (2011): Structural Vibration Control by Synchronized Switch Damping Energy Transfer. In: *Journal of Sound and Vibration* 330/1, S. 49–60.
- [53] Guyomar, D.; Richard, T.; Richard, C. (2007): Sound Wave Transmission Reduction through a Plate using Piezoelectric Synchronized Switch Damping Technique. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 19/7, S. 791–803.
- [54] Adachi, K.; Awakura, Y.; Iwatsubo, T. (2004): Active Control Effort of Hybrid Piezoelectric Absorber for Structural Control. In: *Applied Acoustics* 65/3, S. 277–292.
- [55] Lin, Q.; Rixen, D. J. (2006): Self-Switching and Resistive Circuits for a Piezo Patch in Vibration Suppression. In: *Smart Materials and Structures* 15/2, S. 518–528.
- [56] D'Assuncao, D.; De Marqui Junior, C. (2015): Applied Self-Powered Semi-Passive Control for a 2-Degree-of-Freedom Aeroelastic Typical Section using Shunted Piezoelectric Materials. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 26/4, S. 373–385.
- [57] Han, X.; Neubauer, M.; Wallaschek, J. (2013): Improved Piezoelectric Switch Shunt Damping Technique using Negative Capacitance. In: *Journal of Sound and Vibration* 332/1, S. 7–16.
- [58] Mokrani, B.; Rodrigues, G.; Ioan, B.; Bastait, R.; Preumont, A. (2012): Synchronized switch damping on inductor and negative capacitance. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 23/18, S. 2065–2075.
- [59] Hongli Ji; Jinhao Qiu; Badel, A.; Kongjun Zhu (2009): Semi-Active Vibration Control of a Composite Beam using an Adaptive SSDV Approach. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 20/4, S. 401–412.
- [60] Silva, T. M. P.; De Marqui Junior, C.: Energy Analysis of Piezoelectric Self-Powered Semi-Passive Vibration Control. In: Steffen, V., Jr.; Rade, D. A.; Bessa, W. M. (Hrsg.): *Proceedings of the XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics* 2015.
- [61] Niederberger, D.; Morari, M. (2006): An Autonomous Shunt Circuit for Vibration Damping. In: *Smart Materials and Structures* 15/2, S. 359–364.
- [62] Vasic, D.; Liu, Y.-P.; Costa, F.: Comparison of Piezoelectric Structural Damping Based on Velocity Controlled Switching and Pulse Width Modulation Switching Circuits: ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress and Exposition.
- [63] Mateu, L.; Lüthmann, L.; Zessin, H.; Spies, P.: Modified Parallel SSHI AC-DC Converter for Piezoelectric Energy Harvesting Power Supplies. In: *Institute of Electrical and Electronics Engineers (Hrsg.): IEEE 33rd International Telecommunications Energy Conference (INTELEC)*, 2011. Piscataway, New Jersey 2011.
- [64] Bloch, F. (1928): Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern. In: *Zeitschrift für Physik* 52/7-8, S. 555–600.
- [65] Mead, D. J. (1975): Wave Propagation and Natural Modes in Periodic Systems: 1. Mono-Coupled Systems. In: *Journal of Sound and Vibration* 40/1, S. 1–18.
- [66] Mead, D. J.; Bansal, A. S. (1978): Mono-Coupled Periodic Systems with a Single Disorder: Free Wave Propagation. In: *Journal of Sound and Vibration* 61/4, S. 481–496.

- [67] Mead, D. J.; Parthan, S. (1979): Free Wave Propagation in Two-Dimensional Periodic Plates. In: *Journal of Sound and Vibration* 64/3, S. 325–348.
- [68] Langley, R. S. (1993): A Note on the Force Boundary Conditions for Two-Dimensional Periodic Structures with Corner Freedoms. In: *Journal of Sound and Vibration* 167/2, S. 377–381.
- [69] Casadei, F.; Ruzzene, M.; Dozio, L.; Cunefare, K. (2010): Broadband Vibration Control through Periodic Arrays of Resonant Shunts: Experimental Investigation on Plates. In: *Smart Materials and Structures* 19, S. 15002–15015.
- [70] Casadei, F.; Ruzzene, M.; Dozio, L.: Noise Control of Plates featuring Periodic Arrays of Shunted Piezoelectric Patches 2009.
- [71] Casadei, F.; Dozio, L.; Ruzzene, M.; Cunefare, K. A. (2010): Periodic Shunted Arrays for the Control of Noise Radiation in an Enclosure. In: *Journal of Sound and Vibration* 329/18, S. 3632–3646.
- [72] Bao, B.; Guyomar, D.; Lallart, M. (2017): Periodic Structures via Periodic Piezoelectric Arrays with Nonlinear Interleaved-Switched Electronic Networks. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 82, S. 230–259.
- [73] Asiri, S.; Baz, A.; Pines, D. (2006): Active Periodic Struts for a Gearbox Support System. In: *Smart Materials and Structures* 15/6, S. 1707–1714.
- [74] Spadoni, A.; Ruzzene, M.; Cunefare, K. (2009): Vibration and Wave Propagation Control of Plates with Periodic Arrays of Shunted Piezoelectric Patches. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 20/8, S. 979–990.
- [75] Tateo, F.; Collet, M.; Ouisse, M.; Ichchou, M.; Cunefare, K.; Abbe, P. (2015): Experimental Characterization of a Bi-Dimensional Array of Negative Capacitance Piezo-Patches for Vibroacoustic Control. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 26/8, S. 952–964.
- [76] Thorp, O.; Ruzzene, M.; Baz, A. (2001): Attenuation and Localization of Wave Propagation in Rods with Periodic Shunted Piezoelectric Patches. In: *Smart Materials and Structures* 10, S. 979–989.
- [77] Thorp, O.; Ruzzene, M.; Baz, A. (2005): Attenuation of Wave Propagation in Fluid-Loaded Shells with Periodic Shunted Piezoelectric rings. In: *Smart Materials and Structures* 14/4, S. 594–604.
- [78] Wang, G.; Chen, S.; Wen, J. (2011): Low-Frequency Locally Resonant Band Gaps Induced by Arrays of Resonant Shunts with Antoniou's Circuit: Experimental Investigation on Beams. In: *Smart Materials and Structures* 20/1, S. 15026–15033.
- [79] Beck, B. S. (2012): Negative Capacitance Shunting of Periodic Arrays for Vibration Control of Continuous Flexural Systems, Dissertation. Georgia Institute of Technology.
- [80] Chronopoulos, D.; Collet, M.; Ichchou, M. (2015): Damping Enhancement of Composite Panels by Inclusion of Shunted Piezoelectric Patches: A Wave-Based Modelling Approach. In: *Materials* 8/2, S. 815–828.
- [81] Claeys, C. (2014): Design and Analysis of Resonant Metamaterials for Acoustic Insulation, Dissertation. KU Leuven.
- [82] Claeys, C. C.; Vergote, K.; Sas, P.; Desmet, W. (2013): On the Potential of Tuned Resonators to obtain Low-Frequency Vibrational Stop Bands in Periodic Panels. In: *Journal of Sound and Vibration* 332/6, S. 1418–1436.
- [83] Neubauer, M.: *Schwingungsdämpfung durch beschaltete Piezowandler*. Darmstadt 2011.

- [84] Mayer, D.; Linz, C.; Krajenski, V.: Synthetic Inductor for Passive Damping of Structural Vibrations. In: Araújo, A. L.; Mota Soares, C. A. (Hrsg.): 7th ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials. SMART 2015.
- [85] Antoniou, A. (1969): Realisation of gyrators using operational amplifiers and their use in rc-active-network synthesis. In: IEE Proceeding 116/11, S. 1838–1850.
- [86] Huelsman, L. P.: Active and Passive Analog Filter Design. An Introduction. New York, NY 1993.
- [87] Ormondroyd, J.; Den Hartog, J. (1928): The Theory of the Vibration Absorber. In: Transactions of the American Society of Mechanical Engineers 49, S. A9-A22.
- [88] Preumont, A.; Marneffe, B. de; Deraemaeker, A.; Bossens, F. (2008): The Damping of a Truss Structure with a Piezoelectric Transducer. In: Computers & Structures 86/3-5, S. 227–239.
- [89] Okumura, K.; Takagi, K.; Inoue, T.; Jikuya, I.: Instability Caused by Parasitic Resistances in Piezoelectric Shunt Damping System with Negative Capacitor. In: Liao, W.-H. (Hrsg.): Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems 2014. SPIE Proceedings. San Diego, California 2014.
- [90] Moheimani, S. O. R.; Fleming, A. J.: Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping. London 2005.
- [91] Kim, J.; Ryu, Y.-H.; Choi, S.-B. (2000): New Shunting Parameter Tuning Method for Piezoelectric Damping based on Measured Electrical Impedance. In: Smart Materials and Structures 9, S. 868–877.
- [92] Salloum, R.; Heuss, O.; Götz, B.; Mayer, D.: Optimally Tuned Resonant Negative Capacitance for Piezoelectric Shunt Damping based on Measured Electromechanical Impedance. San Diego, California 2015.
- [93] Delpero, T.; Bergamini, A.; Ermanni, P.: Concurrent Design of Adaptively Damped Structures. Den Hague 2014.
- [94] Salloum, R.; Heuss, O.; Mayer, D.: Global Optimization of Smart Lightweight Structures. Leuven.
- [95] Salloum, R.; Heuss, O.; Mayer, D.: Design of Smart Lightweight Structures: Simultaneous Optimization of Mechanical and Shunt Circuit Parameters 2015.
- [96] Homann, S.; Rose, M.; Breitbach, E.: Hybride elektromechanische Netzwerke mit piezoelektrischen Komponenten. Göttingen 2005.
- [97] Beck, B. S.; Cunefare, K. A.; Collet, M. (2013): The Power Output and Efficiency of a Negative Capacitance Shunt for Vibration Control of a Flexural System. In: Smart Materials and Structures 22/6, S. 65009–65019.
- [98] Kurch, M.; Klein, C.; Mayer, D.: A Framework for Numerical Modeling and Simulation of Shunt Damping Technology. In: ICSV (Hrsg.): The Sixteenth International Congress on Sound and Vibration 2009.
- [99] Hagood, N. W. IV; Aldrich, J. B.; Flotow, A. von: Design of Passive Piezoelectric Damping for Space Structures. Hampton, Virginia 1994.
- [100] Hagood, N. W.; Crawley, E. F. (1991): Experimental Investigation of Passive Enhancement of Damping for Space Structures. In: Journal of Guidance, Control, and Dynamics 14/6, S. 1100–1109.
- [101] Mayer, D.; Stoffregen, H. A.; Heuss, O.; Pöllmann, J.; Abele, E.; Melz, T. (2014): Additive Manufacturing of Active Struts for Piezoelectric Shunt Damping. In: ICAST 2014.
- [102] Preumont, A.: Vibration Control of Active Structures: An Introduction. Berlin/Heidelberg 2011.

- [103] Cherif, A.; Richard, C.; Guyomar, D.; Belkhiat, S.; Meddad, M. (2012): Simulation of Multimodal Vibration Damping of a Plate Structure using a Modal SSDI-Max Technique. In: Journal of Intelligent Material Systems and Structures 23/6, S. 675–689.
- [104] Novakova, K.; Mokry, P.: Glass Plates Noise Transmission Suppression by Means of Distributed Piezoelectric Composite Actuators Shunted by an Active Circuit, Proceedings of the 2012 COMSOL Conference. Abrufdatum 27.11.2012.
- [105] Bein, T.; Heuss, O.; Klaus, T. B.; Bös, J.; Thyges, C.: The Quiet Office – Noise Abatement in Office Buildings by means of Smart Structures. Hong Kong 2012.
- [106] Pieber, M.; Krommer, M.; Vetyukov, Y.: Thin Shells with Piezoelectric Transducers: Theory, Numerical Modelling and Verification 2015.
- [107] Melz, T.; Wiedemann, M. (Hrsg.): Smarte Strukturen und Systeme. Tagungsband des 4SMARTS Symposiums 2016.
- [108] Salloum, R.; Heuss, O.; Mayer, D.: Tuning of a Vibration Absorber with Shunted Piezoelectric Transducers. In: Twiefel, J.; Pohle, L.; Wallaschek, J. (Hrsg.): Proceedings of 10th IWPMA & 8th EHW Conference 2013.
- [109] Davis, C. L.; Lesieutre, G. A. (2000): An Actively Tuned Solid-State Vibration Absorber using Capacitive Shunting of Piezoelectric Stiffness. In: Journal of Sound and Vibration 232/3, S. 601–617.
- [110] Neubauer, M.; Oleskiewicz, R.; Popp, K. (2005): Comparison of Damping Performance of Tuned Mass Dampers and Shunted Piezo Elements. In: Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics 5/1, S. 117–118.
- [111] Götz, B. (2013): Vergleich von mechanischen und elektromechanischen Tilgern unter Berücksichtigung der eingebrachten Masse, Diplomarbeit. Technische Universität Darmstadt.
- [112] Heuss, O.; Götz, B.; Salloum, R.; Mayer, D.: Technical Limits of Resonant Shunted Damping Techniques for Lightweight Design. Barcelona 2014.
- [113] Salloum, R.; Töws, P.; Schmidt, S.; Mayer, D.; Spancken, D.; Büter, A.: Vibration Damping of a Composite Control Arm through Embedded Piezoceramic Patches Shunted with a Negative Capacitance. In: Melz, T.; Wiedemann, M. (Hrsg.): Smarte Strukturen und Systeme. Tagungsband des 4SMARTS Symposiums vom 6. - 7. April 2016, Darmstadt.
- [114] Behrens, S.; Fleming, A. J.; Moheimani, S. O. R. (2003): A Broadband Controller for Shunt Piezoelectric Damping of Structural Vibration. In: Smart Materials and Structures 12/1, S. 18–28.
- [115] Vaclavik, J.; Mokry, P. (2012): Measurement of Mechanical and Electrical Energy Flows in the Semiactive Piezoelectric Shunt Damping System. In: Journal of Intelligent Material Systems and Structures 23/5, S. 527–533.
- [116] Salloum, R. (2016): Optimization of Shunt Damped Composite Structures using Negative Capacitances, Dissertation. Technische Universität Darmstadt.
- [117] Bartel, T.; Heuss, O.; Mayer, D.; Melz, T.; Scinocca, F.; Nabarrete, A.; Goes, Luiz C. S.: Design of a Shunted Isolator for Reduction of the Vibration Transmission of a Plane Fuselage: Proceedings of 22nd Congress on Mechanical Engineering 2014.
- [118] Heuss, O.; Salloum, R.; Mayer, D.; Melz, T. (2016): Tuning of a Vibration Absorber with Shunted Piezoelectric Transducers. In: Archive of Applied Mechanics 86/10, S. 1715–1732.
- [119] Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG: Piezoelektrische Aktoren. Bauelemente, Technologie, Ansteuerung 2012.

- [120] Piezomechanik GmbH: Low Voltage Piezo Actuators. Product Range and Technical Data.
- [121] Herold, S. (2003): Simulation des dynamischen und akustischen Verhaltens aktiver Systeme im Zeitbereich, Dissertation. Technische Universität Darmstadt.
- [122] Herold, S.; Jungblut, T.; Kurch, M.: A Systematic Approach to Simulate Active Mechanical Structures. In: NAFEMS Seminar Multi-Disciplinary Simulations - the Future of Virtual Product Development (Hrsg.): Multi-Disciplinary Simulations - the Future of Virtual Product Development. Wiesbaden 2009.
- [123] Jungblut, T.; Kraus, R.; Millitzer, J.; Herold, S.; Melz, T.; Hanselka, H. (2012): Modellbasierte Entwicklung einer aktiven elastischen Lagerung für Aggregate. In: Konstruktion - Zeitschrift für Produktentwicklung und Ingenieur-Werkstoffe 9, S. 68–74.
- [124] Jungblut, T.: Ein Beitrag zur modellbasierten, hybriden Entwicklung elektromechanischer Systeme zur Schwingungsminderung, 1. Aufl. Aachen 2016.
- [125] Connelly, J. A.; Choi, P.: Macromodeling with Spice. Englewood Cliffs, N.J. 1992.
- [126] Nagel, L. W.; Pederson, D. O.: SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) 1973.
- [127] Kurch, M. (2014): Entwicklung einer Simulationsumgebung für die Auslegung piezoelektrischer Energy Harvester, Dissertation. Technische Universität Darmstadt.
- [128] Kranz, B. (2011): Beitrag zur numerischen Beschreibung des funktionellen Verhaltens von Piezoverbundmodulen, Dissertation. Technische Universität Chemnitz.
- [129] Fraunhofer LBF: Mechanical Simulation in Matlab - Home. URL: <http://www.mechanical-simulation.de/joomla/index.php/de>. Abrufdatum 22.01.2017.
- [130] Cadence: Cadence and MathWorks Provide System-Level Simulation Solutions for Mixed-Signal IoT and Automotive Applications. URL: [https://www.cadence.com/content/cadence-www/global/en\\_US/home/company/newsroom/press-releases/pr/2016/cadence-pspice-integration-with-matlab.html?CMP=BB\\_prPspiceMath](https://www.cadence.com/content/cadence-www/global/en_US/home/company/newsroom/press-releases/pr/2016/cadence-pspice-integration-with-matlab.html?CMP=BB_prPspiceMath). Abrufdatum 02.01.2017.
- [131] Guan, M.; Liao, W.-H.: Studies on the Circuit Models of Piezoelectric Ceramics - Information Acquisition, 2004. Proceedings. International Conference on. In: IEEE (Hrsg.): Proceedings of International Conference on Information Acquisition 2004.
- [132] Scilab Enterprises: Home - Scilab. URL: <http://www.scilab.org/>. Abrufdatum 02.01.2017.
- [133] ScicosLab: ScicosLab. URL: <http://www.scicoslab.org/>. Abrufdatum 02.01.2017.
- [134] Modelica: Modelica and the Modelica Association. URL: <https://www.modelica.org/>. Abrufdatum 02.01.2017.
- [135] Connelly, J. A.; Choi, P.: Macromodeling with SPICE. Englewood Cliffs, N.J. 1992.
- [136] Clauß, C.; Schneider, A.; Peter Schwarz, P.: Modelica-Standardbibliothek für Elektronik. In: Tavangarian, D. (Hrsg.): 16. Symposium Simulationstechnik. Erlangen [u.a.] 2002.
- [137] Majetta, K.; Böhme, S.; Clauß, C.; Schneider, P.: SPICE3 Modelica Library.
- [138] Beck, B. S.; Cunefare, K. A.; Collet, M.; Ruzzene, M.: New Method of Negative Capacitance Shunt Tuning for Vibration Control. In: Sodano, H. A. (Hrsg.): SPIE Smart Structures and Materials + Nondestructive Evaluation and Health Monitoring 2012.
- [139] Horowitz, P.; Hill, W.: The Art of Electronics, 2nd ed. Cambridge [England], New York 1989.
- [140] Wilkie, W.; Bryant, R.; Hellbaum, R.; High, J.; Jalink, A.; Little, B.; Fox, R.; Mirick, P. (2008): Piezoelektrischer makrofaser-verbundaktuator und herstellungsverfahren/EP 1230689 B1. URL: <https://google.com/patents/EP1230689B1?cl=de>.

- [141] Preumont, A.: Vibration Control of Active Structures: An Introduction, 2nd Edition, 2. Auflage. Dordrecht 2004.
- [142] Späh, B. (2015): Schwingungsbeeinflussung geometrisch komplexer Strukturen mittels piezoelektrischer Flächenwandler am Beispiel des Getriebeheulens, Dissertation. Technische Universität Darmstadt.
- [143] Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG: Piezoelectric Multilayer Bender Actuator o. J.

## Anhang

### A. *Modelica*-Modell des OP

```

class OpAmpdetailedHeu
  parameter Real Rdm=2.0e6 "Input resistance (differential input mode)";
  parameter Real Rcm=2.0e9 "Input resistance (common mode)";
  parameter Real Cin=1.4e-12 "Input capacitance";
  parameter Real Vos=1.0e-3 "Input offset voltage";
  parameter Real Ib=80.0e-9 "Input bias current";
  parameter Real Ios=20.0e-9 "Input offset current";
  parameter Real vcp=0.0 "Correction value for limiting by p_supply";
  parameter Real vcm=0.0 "Correction value for limiting by msupply";
  parameter Real Avd0=106.0 "Differential amplifier [dB]";
  parameter Real CMRR=90.0 "Common-mode rejection [dB]";
  parameter Real fp1=5.0 "Dominant pole";
  parameter Real fp2=2.0e6 "Pole frequency";
  parameter Real fp3=20.0e6 "Pole frequency";
  parameter Real fp4=100.0e6 "Pole frequency";
  parameter Real fz=5.0e6 "Zero frequency";
  parameter Real sr_p=0.5e6 "Slew rate for increase";
  parameter Real sr_m=0.5e6 "Slew rate for decrease";
  parameter Real Rout=65.0 "Output resistance";

  parameter Real Imaxso=60.0e-3 "Maximal output current (source current)";
  parameter Real Imaxsi=60.0e-3 "Maximal output current (sink current)";

  // number of intervals: 2500, stop time: 0.003
  parameter Real Ts=0.0000012 "sampling time";

  // constant expressions
  constant Real Pi=3.141592654;

  // power supply
  final parameter Real vcp_abs = abs(vcp) "Positive correction value for limiting by p_supply";
  final parameter Real vcm_abs = abs(vcm) "Positive correction value for limiting by msupply";

  // input stage
  final parameter Real I1 = Ib + Ios/2.0 "Current of internal source I1";
  final parameter Real I2 = Ib - Ios/2.0 "Current of internal source I2";

  // gain stage (difference and common mode)
  final parameter Real Avd0_val = 10.0^(Avd0/20.0) "differential mode gain";
  final parameter Real Avcm_val = (Avd0_val/(10.0^(CMRR/20.0)))/2.0 "common mode gain";

  // slew rate stage
  Real sr_p_val = abs(sr_p) "Value of slew rate for increase";
  Real sr_m_val = -abs(sr_m) "Negative alue of slew rate for increase";

  // output stage
  Real Imaxso_val = abs(Imaxso) "Orientation out outp";
  Real Imaxsi_val = abs(Imaxsi);

```



```

Pin p    "Positive pin of the input port"
        annotation (Placement(transformation(extent={{-111,-61},{-90,-40}}, rotation=0)));
Pin m    "Negative pin of the input port"
        annotation (Placement(transformation(extent={{-90,40},{-111,61}}, rotation=0)));
Pin outp "Output pin"
        annotation (Placement(transformation(extent={{110,-10},{90,10}}, rotation= 0)));
Pin p_supply "Positive output voltage limitation"
        annotation (Placement(transformation(extent={{-8,65},{9,82}}, rotation=0)));
Pin m_supply "Negative output voltage limitation"
        annotation (Placement(transformation(extent={{-9,-83},{9,-65}}, rotation=0)));

// power supply
Real v_pos;
Real v_neg;

// input stage
Real v_vos;
Real v_3;
Real v_in;
Real v_4;

Real i_vos;
Real i_3;
Real i_r2;
Real i_c3;
Real i_4;

// frequency response
Real q_fr1;
Real q_fr2;
Real q_fr3;

// gain stage
Real q_sum;
Real q_sum_help;
Real q_fp1;

// slew rate stage
Real v_source;

Real x "auxiliary variable for slew rate";

// output stage
Real v_out;
Real i_out;

initial equation
v_source = q_fp1;
x = 0;

equation
// assert(Rout > 0.0, "Rout must be > 0.0.");

// power supply
v_pos = p_supply.v;

```

```

v_neg = m_supply.v;

// input stage
p.i = i_vos;
m.i = i_4 - i_r2 - i_c3;
0 = i_3 + i_r2 + i_c3 - i_vos;
p.v - m.v = v_vos + v_in;
v_4 = m.v;
v_3 = p.v - v_vos;
v_vos = Vos;
i_3 = I1 + v_3/Rcm;
v_in = Rdm*i_r2;
i_c3 = Cin*der(v_in);
i_4 = I2 + v_4/Rcm;

// frequency response
// Laplace transformation
der(q_fr1) = 2.0*Pi*fp2*(v_in - q_fr1);
q_fr2 + (1.0/(2.0*Pi*fp3))*der(q_fr2) = q_fr1 + (1.0/(2.0*Pi*fz))*der(q_fr1);
der(q_fr3) = 2.0*Pi*fp4*(q_fr2 - q_fr3);

// gain stage
// Laplace transformation
q_sum = Avd0_val*q_fr3 + Avcm_val*(v_3 + v_4);

// umgeschriebene Funktion FCNq_sum_limit
if q_sum > v_pos - vcp and q_fp1 >= v_pos - vcp then
    q_sum_help = v_pos - vcp;
elseif q_sum < v_neg + vcm and q_fp1 <= v_neg + vcm then
    q_sum_help = v_neg + vcm;
else
    q_sum_help = q_sum;
end if;

der(q_fp1) = 2.0*Pi*fp1*(q_sum_help - q_fp1);

// slew rate stage
der(x) = (q_fp1 - v_source)/Ts;
// der(v_source) = smooth(0,noEvent(
// if der(x) > sr_p_val then sr_p_val else
// if der(x) < sr_m_val then sr_m_val else
// der(x));

// !! SMOOTH Funktion entfernt !!
der(v_source) =
if der(x) > sr_p_val then sr_p_val else
if der(x) < sr_m_val then sr_m_val else
der(x);

// output stage
v_out = outp.v;
i_out = outp.i;

// umgeschriebene Funktion FCNiout_limit

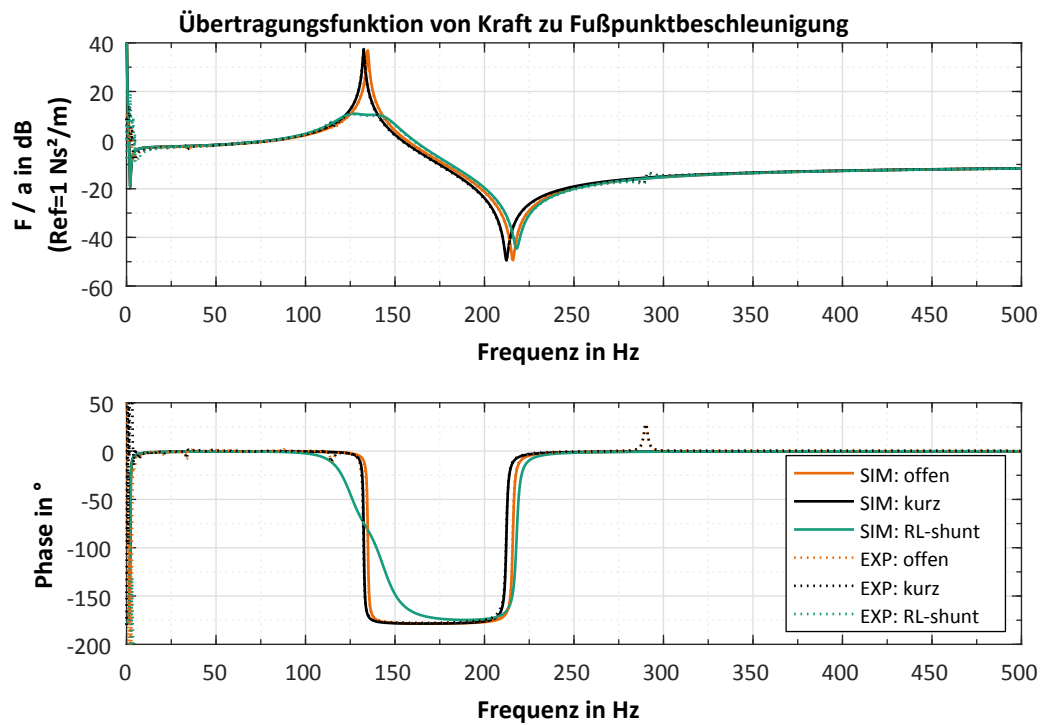
```

```
if v_out > v_source + Rout*I_maxsi_val then
    i_out = I_maxsi_val;
elseif v_out < v_source - Rout*I_maxso_val then
    i_out = -I_maxso_val;
else
    i_out = (v_out - v_source)/Rout;
end if;

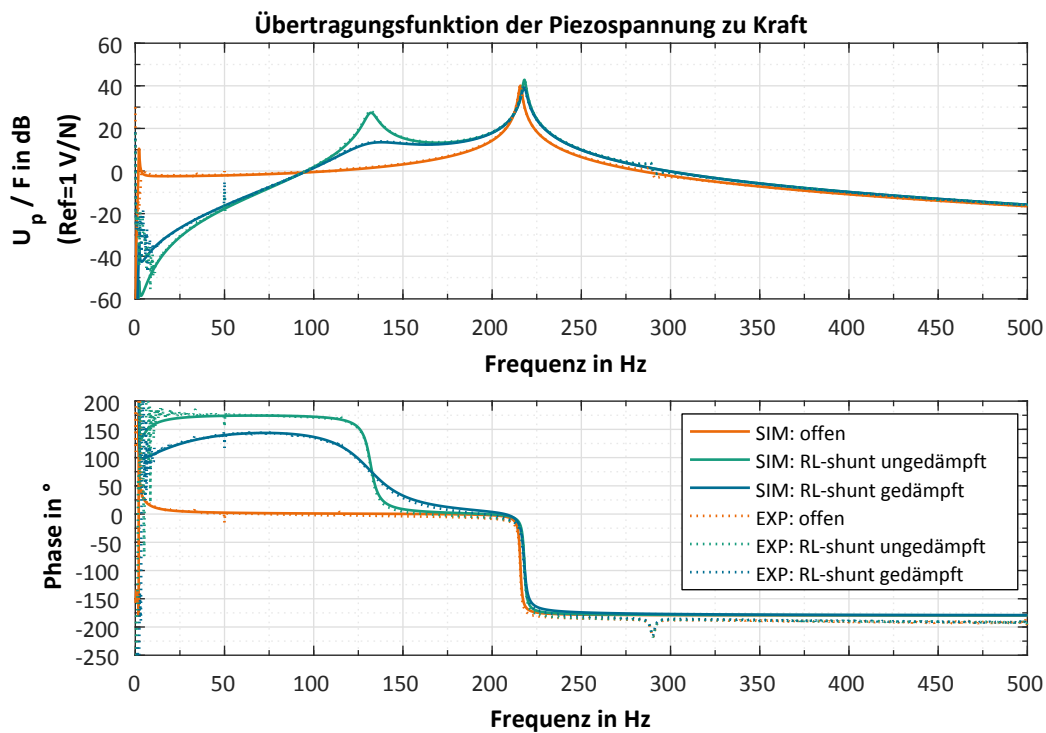
p_supply.i = 0;
m_supply.i = 0;

end OpAmpdetailedHeu;
```

## B. Ergänzung zu Unterabschnitt 5.1.2: RL-shunt in *Matlab/Simulink*

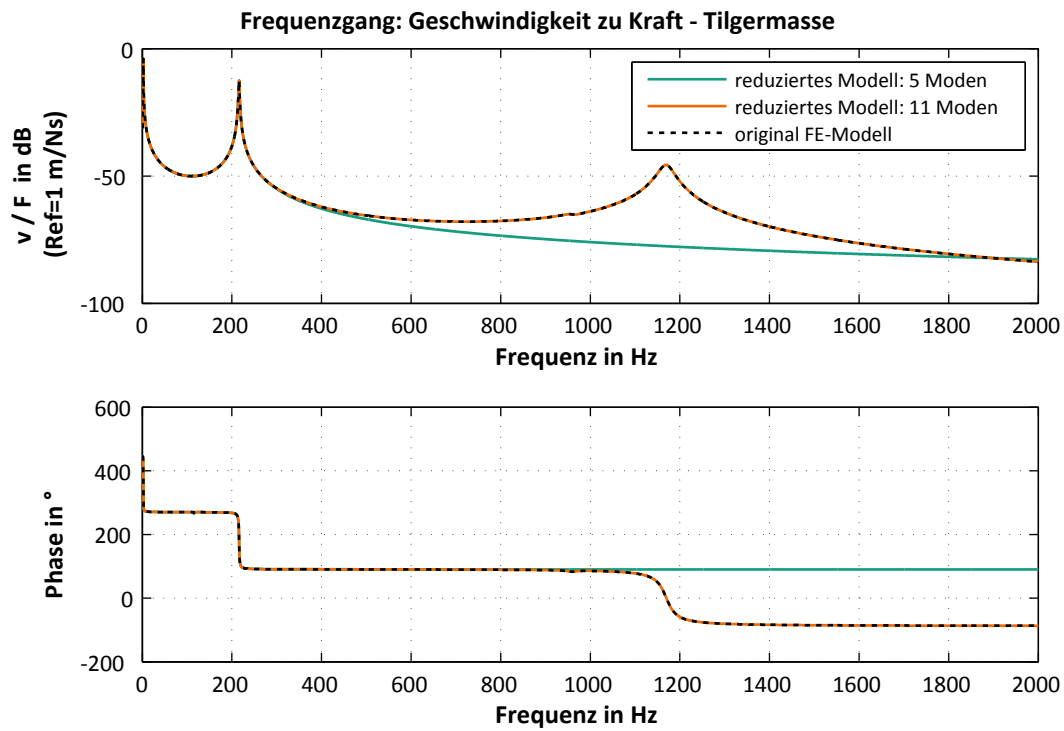


Anhang 1: Ergebnisse der Simulation zum gedämpften RL-shunt des *Matlab/Simulink*-Modells und Vergleich mit dem Experiment: Übertragungsfunktion von Kraft zu Fußpunktbeschleunigung

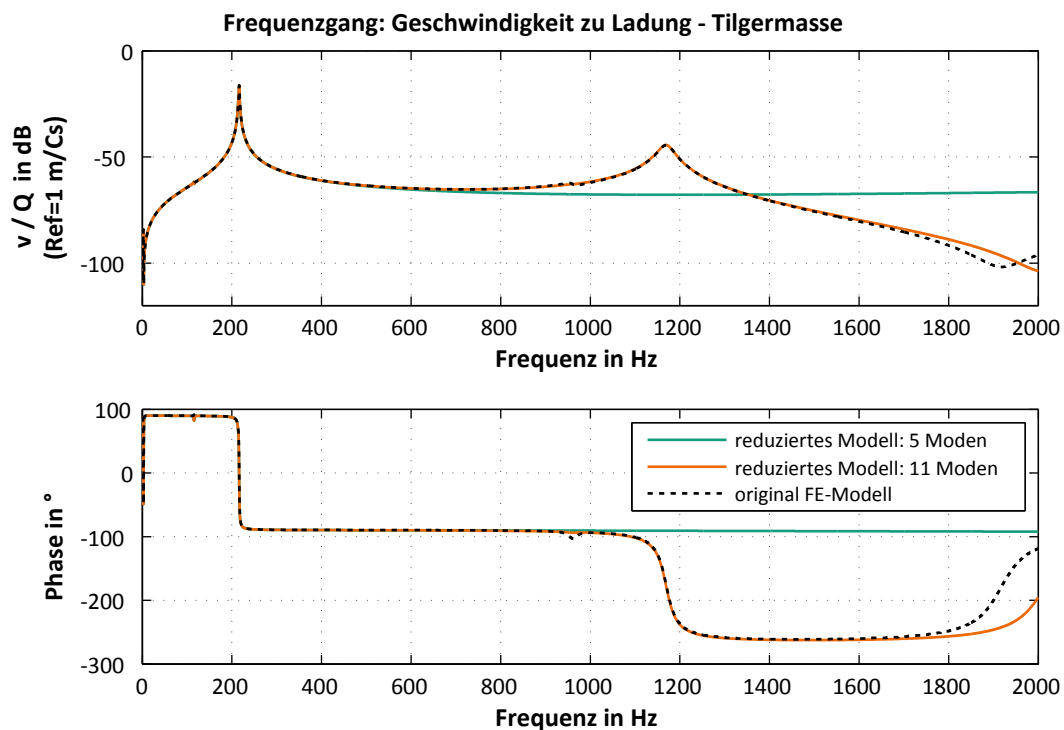


Anhang 2: Ergebnisse der Simulation zum gedämpften RL-shunt des *Matlab/Simulink*-Modells und Vergleich mit dem Experiment: Spannungen am Piezoelement bezogen auf die Kraftanregung

### C. Ergänzung zu Unterabschnitt 4.2.6: Verifikation des reduzierten Modells

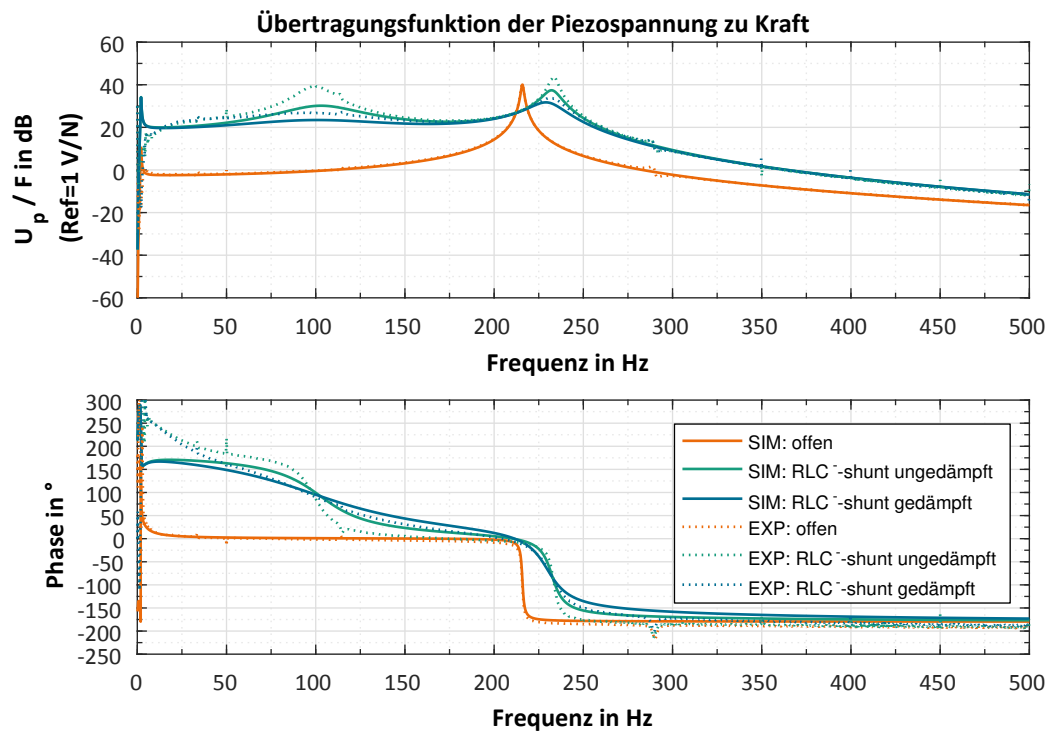


Anhang 3: Ergebnis der Modellordnungsreduktion: Frequenzgang der Geschwindigkeit der Tilgermassen zur Anregungskraft



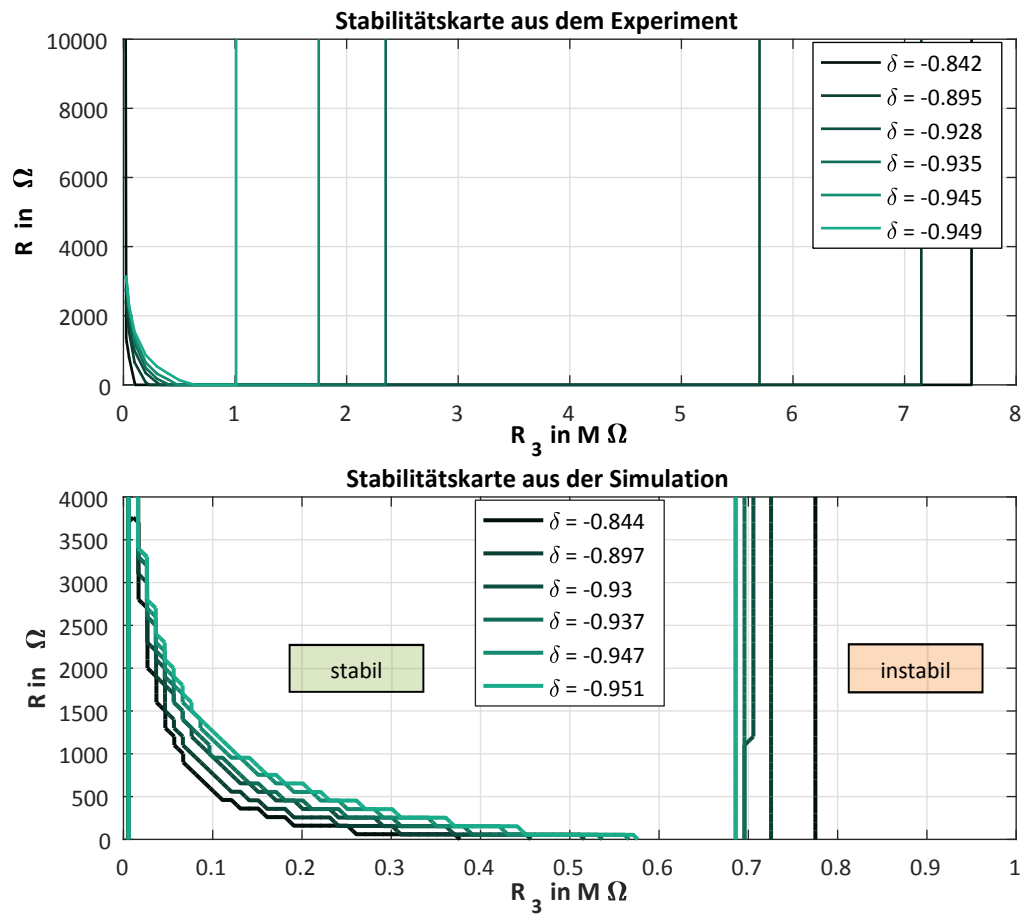
Anhang 4: Ergebnis der Modellordnungsreduktion: Frequenzgang der Geschwindigkeit der Tilgermasse zur Ladung am Piezoelement

## D. Ergänzung zu Unterabschnitt 5.3.2: Piezospannung



Anhang 5: Vergleich der Spannungen am Piezoelement des RLC-shunts in *Matlab/Simulink* aus Simulation und Experiment

## E. Ergänzung zu Abschnitt 6.1: Stabilität



Anhang 6: Experimentell ermittelte und numerisch vorhergesagte Stabilitätskarte für verschiedene  $\delta$ -Werte für den gesamten vermessenen Bereich